Universidade de Aveiro Departamento de Educação
Ano 2013

ROSA MARIA TEIXEIRA TAVARES REBIMBAS GUERREIRO

ANÁLISE DE MANUAIS ESCOLARES DO 12.ºANO - TRIGONOMETRIA

Dissertação apresentada à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Didática - Área de Especialização em Matemática para Professores do 3º CEB/Secundário, realizada sob a orientação científica da Doutora Maria Teresa Bixirão Neto, Professora Auxiliar do Departamento de Educação da Universidade de Aveiro

Aos meus pais

Pelo exemplo de dedicação e perseverança

Aos meus filhos Inês e Simão

A quem gostaria de transmitir estes valores

o júri

Presidente

Profª. Doutora Isabel Maria Cabrita dos Reis Pires Pereira
professora auxiliar da Universidade de Aveiro

Profª. Doutora Ana Cláudia Correia Batalha Henriques
professora auxiliar da Universidade de Lisboa – Instituto de Educação

Profª. Doutora Maria Teresa Bixirão Neto
professora auxiliar da Universidade de Aveiro

agradecimentos

À minha orientadora, Doutora Teresa Neto, com quem muito aprendi, pelas suas críticas e sugestões e pela generosidade e total disponibilidade em todas as ocasiões.

Às minhas colegas de mestrado mas em especial à minha irmã, Carla, pelo incentivo e apoio nos momentos difíceis.

Ao meu marido, Carlos, e a toda a minha família, pelo apoio constante, por terem acreditado em mim, e pelos muitos momentos que não lhes pude dedicar como mereciam.

palavras-chave

Adequação didática, perspetiva ontossemiótica, ensino secundário, trigonometria, manuais escolares

resumo

O presente estudo, no âmbito da didática da Matemática, centra-se na análise do tema da trigonometria, nos seis manuais escolares portugueses, do 12.º ano de matemática A, em vigor no ano letivo 2012-2013. O manual escolar é um instrumento educativo muito utilizado pelos docentes. Tendo tanta importância no processo de ensino-aprendizagem, a sua análise torna-se indispensável.

A opção pela trigonometria deve-se ao facto de ser um tema onde se regista uma elevada taxa de insucesso escolar. Pela diversidade de aplicações e potencialidades, a trigonometria pode assumir um papel preponderante na criação e desenvolvimento de competências, contribuindo para que os alunos adquiram uma cultura matemática mais rica que os ajude a tornar cidadãos mais aptos para intervir na sociedade.

Esta investigação, pretende analisar a rede de objetos primários (situações matemáticas, linguagem, conceitos, propriedades, procedimentos e argumentos) propostos nos manuais escolares. No âmbito das situações matemáticas, destacam-se as de introdução/motivação, exemplos resolvidos e tipos de tarefas propostas ao estudante para aplicação dos conhecimentos. Foi ainda analisado a adequação didática das componentes epistémica, mediacional e ecológica, da trigonometria, nos manuais escolares. Utilizam-se algumas ferramentas teóricas do enfoque ontossemiótico do conhecimento e do ensino da matemática na grelha de análise dos manuais escolares.

Neste estudo foi privilegiada a análise qualitativa, que permitiu a interpretação dos dados obtidos.

Relativamente aos manuais escolares utilizados no estudo, conclui-se que há uma grande preocupação com os conhecimentos prévios. Sobre os conhecimentos emergentes existe uma grande predominância do cálculo algorítmico em detrimento das tarefas de exploração, modelação, conjeturar e argumentar. No que diz respeito à adequação didática do tema trigonometria nos manuais escolares, conclui-se pela análise das suas componentes, epistémica, mediacional e ecológica, que houve adequação.

As recomendações emergentes do estudo apontam para futuras investigações nesta área, no sentido de avaliar a adequação cognitiva e interacional.

keywords

Didactic adequacy, onto-semiotic perspective, secondary education, trigonometry, school textbooks

abstract

The present study, within the framework of the didactics of mathematics, focuses on the analysis of the subject of trigonometry, in six Portuguese school textbooks, of the 12th grade of mathematics A, currently in use in the 2012-2013 school year. The school textbook is an educational tool which is used by teachers quite often. Having so much importance in the teaching-learning process, its analysis becomes essential.

The option for trigonometry is related to the fact that it is a topic where there is a high rate of school failure. Due to its diversity of applications and potential, trigonometry can assume a leading role in the creation and development of skills, helping students acquire a richer mathematical culture that will make them become more apt citizens, able to intervene in society.

This research aims to analyze the network of primary objects (mathematical situations, language, concepts, proprieties, procedures, and arguments) proposed in school textbooks. In the context of mathematical situations, the emphasis is on the introduction/motivation, solved examples and types of tasks proposed to the student for application of knowledge. The didactic adequacy of trigonometry in school textbooks was analyzed as well. Some theoretical tools of the onto-semiotic knowledge approach and of the teaching of mathematics are used in the grid for the analysis of school textbooks.

In this study, the qualitative analysis was privileged, thus allowing the interpretation of the data obtained.

On the textbooks used in the study, it is concluded that there is a great deal of concern with the previous knowledge. About the emerging knowledge there is a large predominance of algorithmic calculation at the expense of exploration tasks, modelling, conjecture and arguing. In what regards the didactic adequacy of the topic of trigonometry in textbooks, by analysis of its epistemological, mediating and ecological components, it is concluded that there is adequacy.

The recommendations emerging from the study point to future research in this area, in order to assess the cognitive and interacting adequacy.

ÍNDICE

CAPÍTULO 3

CAPÍTULO 4

CAPÍTULO 5

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

CAPÍTULO 1

Introdução

Neste capítulo apresentam-se as razões que motivaram a realização desta investigação centrada na análise da adequação didática da trigonometria nos manuais escolares do 12.º ano e descrevem-se os objetivos e as questões de investigação. Termina-se com a organização do presente estudo.

1.1 Motivação e pertinência da investigação

Na última década, tem havido um crescente interesse da comunidade portuguesa de educação matemática na investigação centrada no manual escolar de Matemática, bem expresso no número e na profundidade dos estudos realizados, reconhecendo, desta forma, a grande importância deste material curricular nas práticas educativas (Moreira, Ponte, Pires e Teixeira, 2006).

Neste estudo, vamos analisar o tema trigonometria nos manuais do 12.º ano de escolaridade, numa perspetiva didática.

Pela diversidade de aplicações e potencialidades, a trigonometria pode assumir um papel preponderante na criação e desenvolvimento de competências, contribuindo para que os alunos adquiram uma cultura matemática mais rica que os ajude a tornar cidadãos mais aptos para intervir na sociedade. Como professores apercebemo-nos de que, muitas vezes, para o estudante, as funções trigonométricas surgem como um conteúdo vazio de sentido, uma vez que geralmente são introduzidas sem nenhuma ligação com a vida quotidiana. Assim sendo, a trigonometria, que é uma das formas matemáticas do Homem compreender e interpretar a Natureza pode ser, para os nossos estudantes apenas um assunto abstrato e sem utilidade.

Na revisão de literatura efetuada, sobre o ensino secundário, verificámos que a investigação sobre os manuais escolares é uma área de trabalho muito vasta, porém, não encontrámos nenhum estudo, desenvolvido em Portugal, sobre a análise de todos os manuais escolares do 12.º ano em vigor num determinado ano letivo.

Assim, a nossa investigação centra-se na análise de todos os manuais escolares do 12.º ano, em vigor no ano letivo 2012-2013, focada na abordagem didática da trigonometria, refletindo, em particular, nos fatores que podem constituir obstáculos à sua aprendizagem/compreensão.

Este estudo envolverá, necessariamente, a análise do programa da disciplina de Matemática A, a brochura da Trigonometria e Números Complexos do 12.º ano e da didática, os manuais escolares, e outros documentos afins relacionados com o ensino dos referidos conceitos.

Ao ingressar no Mestrado em Didática - Área de Especialização: Matemática para Professores do 3.º CEB/Secundário, sabia apenas que o meu campo de investigação seria o ensino secundário. A partir do contato com os trabalhos desenvolvidos por Ordóñez (2011) tornou-se clara a temática que pretendia investigar.

A didática da matemática, como campo de investigação, tem por finalidade específica o estudo dos fatores que condicionam os processos de ensino e aprendizagem, (Godino, 2008, p.8). O manual escolar é o material didático mais utilizado pelo professor de Matemática em todos os níveis escolares APM (1998), pelo que, influência significativamente o referido processo.

A oportunidade de uma investigação centrada no discurso do manual escolar e das consequentes reflexões que ela pode abrir para o ensino e para o estudo do sistema educativo segundo Michael (2002), encontram justificação entre outros, nos seguintes argumentos e resultados :

- O manual é o principal guia curricular de muitos professores. Condiciona, significativamente, o que se ensina nas aulas, e define o currículo em todos os modernos sistemas escolares. Os seus programas têm vindo a tornar-se, de forma crescente, nos currículos de várias áreas.

- É o elemento mais padronizador na generalização da instrução pública. Na realidade, o manual persegue um modelo mais ou menos uniforme e é utilizado por todos os membros da sociedade escolar.

- Tem um significativo papel nivelador porque, embora o nível de qualificação dos professores, seja seguramente um elemento diferenciador, todos – professores, alunos e encarregados de educação – dispõem, em cada estabelecimento de ensino do país, de um mesmo manual para cada disciplina e de hábitos de leitura convergentes.

- É um importante elemento modelador. Com efeito, tem um papel primordial como modelo de comunicação de conhecimentos e de métodos para construir. Tende assim, a ser determinante quanto à forma como os professores encaminham as suas aulas.

Ou seja, a relevância da análise dos manuais é justificada pelo facto de o professor quando planifica as suas aulas nem sempre trabalhar diretamente com os programas, mas sim com os manuais que funcionam como guias de estruturação da aula, o que faz com que os manuais sejam um fator decisivo para a existência de uma estrutura invariante da ação didática do professor (Zabalza, 1992).

Na revisão de literatura efetuada concluímos haver três tipos de estudos. Aqueles que se centram no manual escolar como objeto de análise. É o caso do trabalho de Jorge (1994) que num capítulo da sua tese de mestrado, analisou diversos manuais de Matemática no tema das sucessões, apoiando-se numa grelha que desenvolveu para o efeito.

Um outro estudo desenvolvido por Cabrita (1996) incidiu no modo como os manuais escolares do 7.º ano de escolaridade abordam o tópico da proporcionalidade direta, tendo usado, para o efeito, uma grelha de análise com diversos itens muitos dos quais diretamente relacionados com este tópico matemático. Um dos aspetos mais salientes nesta análise, que envolveu sete manuais escolares, é a valorização da resolução de problemas como perspetiva curricular. A autora conclui que os manuais escolares começam a abordar os assuntos de modo cíclico ou em espiral, abandonando o tradicional tratamento linear, e relacionam o tópico da proporcionalidade direta com outros tópicos. Num outro estudo

Cabrita (1999) analisou o uso que os professores de Matemática do 7.° ano de escolaridade fazem do manual escolar na unidade didática que aborda a proporcionalidade direta.

Outros estudos centram-se mais nos modos como o manual escolar é usado pelos professores. Assim, no relatório Matemática 2001 (APM, 1998), que tem por base um levantamento da situação do ensino da Matemática em Portugal, indica-se que o manual escolar é o material didático mais utilizado pelos professores do 2.º e 3.º ciclos e do ensino secundário (82% usa-o em muitas aulas ou sempre ou quase sempre).

Pelo seu lado, Pires (2003a, 2003b) realizou um estudo, tendo em vista compreender as (inter)influências do manual escolar na construção do conhecimento profissional do professor do 1.º ciclo do ensino básico relativamente ao ensino da Matemática.

Na revisão de literatura verificámos que Silva (2003) analisou quatro manuais escolares da disciplina de Matemática, do 9.º ano de escolaridade. O estudo teve como objetivo principal a discussão da problemática da análise dos manuais escolares, centrando-se em estudar a adequação do Programa Nacional e do Currículo Nacional nos manuais de um determinado ano de escolaridade, comparando-os no seu conteúdo, na sua estrutura, na comunicação e nas caraterísticas materiais.

Numa conferência realizada no ProfMat, Janeiro (2005) relatou os resultados de um estudo sobre as perspetivas dos professores relativamente aos manuais escolares. A investigação incidiu sobre os manuais escolares do 7.º ano editados em Portugal em 2002.

Alguns trabalhos versam aspetos da história do manual escolar. Assim, por exemplo, Henriques e Almeida (2005) analisam a presença de aspetos lúdicos nos problemas propostos nos primeiros livros de Aritmética publicados em Portugal no século XVI.

Por sua vez, Costa (2005) descreve os manuais escolares elaborados por José Vicente Gonçalves para o ensino liceal na década de 30 em Portugal.

Ponte (2005a), identifica aspetos que foram mudando na abordagem das equações do 1º grau em quatro manuais escolares portugueses, um do fim do século XIX, outro de meados do século XX, outro da época da Matemática moderna (anos 70) e um dos anos 90.

Marques (2006), analisa a forma como é abordada a proporcionalidade direta, em quatro manuais escolares de diferentes países. A investigação procurou responder a algumas questões, sendo estas: (i) em que ponto do manual é introduzido o conceito?; (ii) como está estruturado o capítulo?; (iii) que conceitos constroem o capítulo da Proporcionalidade direta?; (iv) de que modo é abordada a Proporcionalidade?; (v) que tipo de tarefas são propostas?; (vi) apresentam-se tarefas com que exigência cognitiva?; (vii) As tarefas exibem a mesma estrutura?; (viii) Em que contextos são inseridas as tarefas?; (ix) quais as caraterísticas mais salientes comuns aos quatro manuais?; (x) existem diferenças significativas entre os diversos manuais?

Um ano mais tarde, Oliveira (2007) realiza a investigação intitulada de: "Uma análise da abordagem da Álgebra nos manuais escolares do 3.º ciclo de escolaridade". A investigação incide na análise da abordagem da álgebra, em manuais escolares de Portugal e de Espanha, sendo três Portugueses e um Espanhol.

Silva (2009), analisa o tema dos Números Racionais em quatro manuais de Matemática, do 5.º ano.

Santos (2010), dedica um capítulo da sua tese de mestrado à forma como tem sido feita a abordagem do conceito de limite nos manuais escolares e nos diversos programas da disciplina, numa perspetiva histórica.

Abreu (2011), desenvolveu um estudo, numa perspetiva histórica e didática, do Cálculo Diferencial no Ensino da Matemática em Portugal, tendo como ponto de partida o Compêndio de Matemática de Sebastião e Silva e como pano de fundo a Matemática Moderna.

Da revisão da literatura concluímos que são poucos os que têm como campo investigativo o 12.º ano, não encontrámos nenhum, em Portugal, com o mesmo quadro teórico do nosso e que analise todos os manuais em vigor no ano letivo a que se refere o projeto.

A principal motivação para este trabalho, prende-se com a minha atividade profissional como docente de Matemática à 22 anos e professora pertencente à Bolsa de Professores Corretores dos Exames Nacionais do 12.º ano, o que me permitiu ter uma visão mais global das dificuldades apresentadas pelos estudantes na aprendizagem da trigonometria. É esse testemunho que nos é dado por uma docente universitária:

> "Ao longo da minha carreira tenho, ano após ano, encontrado centenas de alunos, recém-chegados à Universidade, com um trauma particular a respeito da Trigonometria. No meu entender não há razão de fundo, relativa ao conteúdo, que possa justificar tal atitude de pânico por parte dos estudantes. A Trigonometria sugere-nos a resolução de problemas históricos perfeitamente atuais, permite-nos estabelecer as tão desejáveis ligações com outras disciplinas, como ainda nos pode ajudar a encontrar uma grande variedade de desafios do quotidiano cujo "esqueleto" matemático é simples e, em muitos casos, único." (Loureiro *et al.*, 2000, p.37).

A escolha deste tema justifica-se pelo papel importante que a trigonometria tem no currículo do Ensino Secundário, noutras áreas das ciências e até mesmo na vida quotidiana. No programa do 12.º ano aparece integrada no tema III – Trigonometria e Números Complexos e no exame nacional aparece incluido no tema das Funções, o qual tem o maior peso no exame.

1.2 Objetivos e questões de investigação

Situando-nos nas questões da investigação, elas deverão, por um lado, fazer refletir, o mais corretamente, a finalidade do estudo e, por outro, permitirem a obtenção de respostas no tempo definido e com os recursos existentes. Ficamos com a perceção que existem inúmeras dificuldades inerentes ao ensino/aprendizagem da trigonometria, o que fez com que nos surgissem diversas questões:

- Que tipo de situações matemáticas são propostas, nos manuais escolares, no âmbito da trigonometria do 12.º ano?

- Quais os conceitos, proposições e procedimentos utilizados, nos manuais escolares, no âmbito da trigonometria do 12.º ano?

- Qual a forma de discurso e que tipo de linguagem são utilizados, nos manuais escolares, no âmbito da trigonometria do 12.º ano?

- Qual a adequação epistémica, mediacional e ecológica nos manuais escolares?

Para responder às questões anteriores, ter-se-á presente os seguintes objetivos de investigação:

- Identificar o significado pretendido, da trigonometria do 12.º ano, no programa de Matemática A.

- Identificar o significado pretendido, da trigonometria do 12.º ano, nos manuais escolares de Matemática A.

- Analisar a rede de entidades primárias: situações, linguagem, conceitos, proposições, procedimentos e argumentações, nos manuais do 12.º ano de Matemática A.

- Analisar as componentes epistémica, mediacional e ecológica nos manuais escolares.

1.3 Organização da investigação

A presente investigação está organizada em cinco capítulos. Neste primeiro capítulo explicita-se a motivação, baseada na minha experiência profissional e na revisão de literatura, a pertinência do estudo, os objetivos e as questões de investigação do mesmo.

No segundo capítulo apresenta-se uma síntese das ferramentas teóricas que compõem o enfoque ontossemiótico e sugestões para abordagem didática da trigonometria, faz-se uma breve referência ao regime de avaliação, certificação e adoção de manuais escolares, o que se entende por currículo, o que dizem as brochuras do Ministério da Educação enquanto material de referência, a importância das tarefas a propôr ao estudante e termina-se com as competências matemáticas que se devem desenvolver com os estudantes nos diferentes níveis do sistema de ensino.

O terceiro capítulo refere-se às opções metodológicas, à descrição da grelha de recolha de dados e são divulgados os objetos de análise.

No quarto capítulo apresenta-se a recolha de dados efetuada nos seis manuais escolares do 12.º ano de escolaridade, procede-se à análise dos diferentes tipos de situações matemáticas propostas, descrevem-se os resultados obtidos referentes à análise do grau de adequação das componentes epistémica, mediacional e ecológica nos manuais e no currículo.

O último capítulo aborda as principais conclusões do estudo, contribuições e limitações, bem como recomendações para futuras investigações.

CAPÍTULO 2

Enquadramento Teórico do Estudo

Neste trabalho vamos utilizar algumas noções teóricas desenvolvidas por Godino[1] e os seus colaboradores, que constituem o enfoque ontossemiótico sobre o conhecimento e educação matemática e que nos vai ser útil para efetuar a análise dos seis manuais escolares adotados em Portugal continental e nos arquipélagos da Madeira e dos Açores.

2.1 O enfoque ontossemiótico na educação matemática

O ponto de partida do enfoque ontossemiótico é a formulação de uma ontologia dos objetos matemáticos, que tenha em conta o triplo aspeto da atividade matemática: como atividade socialmente partilhada de resolução de problemas, como linguagem simbólica e como sistema conceptual logicamente organizado. Adotaram como noção primitiva a noção de situação–problema e definiram os conceitos de prática, objeto (pessoal e institucional) e significado, com o fim de tornar operativo o triplo aspeto da atividade matemática e a génesis pessoal e institucional do conhecimento matemático bem como a sua interdependência.

2.1.1 Sistemas e práticas operativas e discursivas ligadas a campos ou tipo de problemas

A prática matemática é toda a atuação ou expressão (verbal, gráfica, etc) que pode ser realizada por uma pessoa quando resolve problemas de matemática, comunica a solução obtida e valida ou generaliza essa solução a outros contextos ou problemas (Godino e Batanero, 1994; Godino, 2012).

As práticas podem ser partilhadas no seio de uma instituição ou serem específicas de uma pessoa. A instituição é formada por pessoas que se encontram envolvidas no mesmo género de situações problemáticas. Este compromisso impõe-lhes a realização de determinadas práticas sociais que são, geralmente, condicionadas por regras, modos de

[1] Parte destes trabalhos estão disponíveis na Internet, em http://www.ugr.es/local/jgodino.

funcionamento e instrumentos da instituição.

A tipologia básica de significados institucionais que encontramos em Godino (2012) apresenta, o *pretendido* e o *referencial*, entre outros. O significado institucional *pretendido* é o sistema de práticas incluídas na planificação do processo de estudo. O *referencial* é o sistema de práticas que se utiliza como referência para a elaboração do significado pretendido. Numa determinada instituição de ensino, este significado de referência será uma parte do significado global do objeto matemático.

2.1.2 Objetos que intervêm e emergem do sistema de práticas

O autor deste marco teórico concebe a atividade matemática como sendo um conjunto de práticas das quais surgem os objetos matemáticos. Estas práticas fazem-se para resolver problemas que podem ser matemáticos ou extramatemáticos.

Godino, Batanero e Font (2008) descrevem diferentes categorias nos objetos ligados às práticas matemáticas, que serão “objetos institucionais” quando os sistemas de práticas são compartilhados no âmbito de uma instituição ou serão “objetos pessoais” se os referidos sistemas de práticas são realizados por uma pessoa.

No enfoque ontossemiótico é proposta a seguinte categoria de objetos matemáticos primários:

• *linguagem* (termos, expressões, notações, gráficos...) nos seus diversos registos (escrito, oral, gestual...);

• *situações-problemas* (aplicações extramatemáticas, exercícios...).

•*Conceitos-definição* (introduzidos mediante definições ou descrições: reta, ponto, número, média, função...);

• *proposições* (enunciados sobre conceitos...);

• *procedimentos* (algoritmos, operações, técnicas de cálculo...);

•*argumentos* (enunciados usados para validar ou explicar as proposições e procedimentos; dedutivos ou de outro tipo...). (Font, Godino e Gallardo, 2013)

Por sua vez, estes objetos matemáticos primários organizam-se em entidades mais complexas: sistemas conceptuais, teorias…. Godino, Batanero e Font (2007) indicam que os seis tipos descritos estão relacionados entre si formando configurações, ou seja, redes de objetos intervenientes e emergentes dos sistemas de práticas. Os autores classificam estas configurações em epistémicas (quando se trata de objetos institucionais) e cognitivas (quando se referem a objetos pessoais). A configuração epistémica é o conjunto de objetos matemáticos envolvidos na resolução de atividades. Dentro desta configuração distingue-se a prévia (os objetos que o aluno deve saber antes de trabalhar na unidade didática) e a emergente (a que supomos que vá aprender).

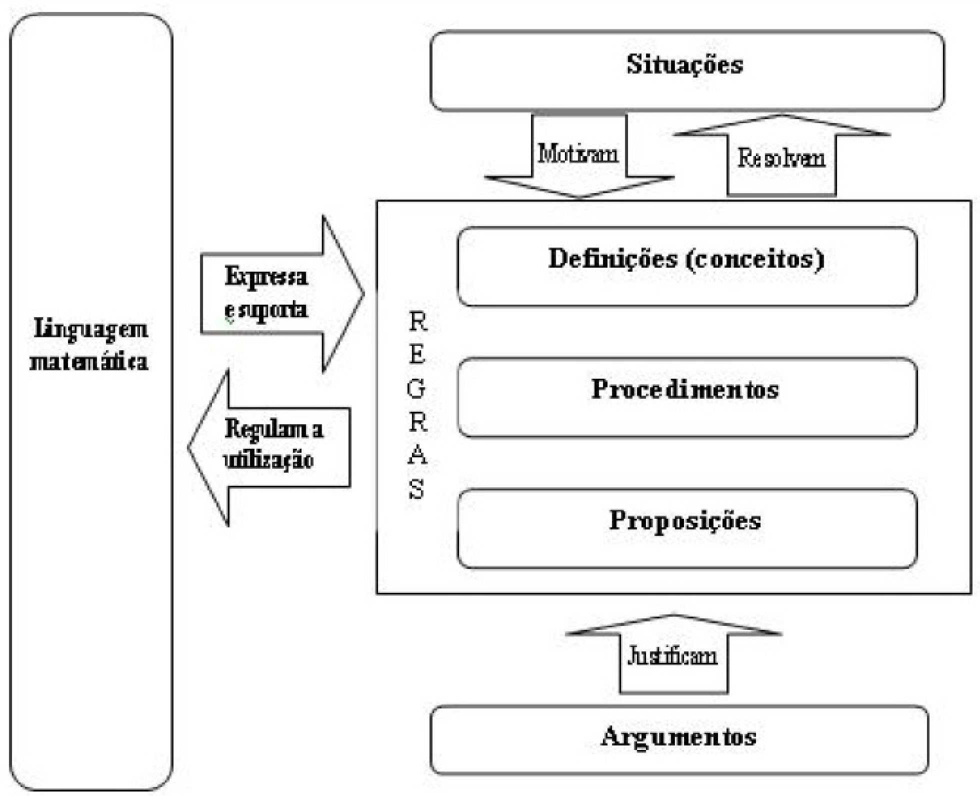

Figura 1 – Componentes e relações numa configuração epistémica

Este tipo de análise ajudará a formular hipóteses sobre pontos críticos do processo de instrução nos quais pode haver lacunas ou vazios de significado, bem como disparidades de interpretação que requerem fases de negociação de significados e mudanças no processo em estudo (Contreras e Ordóñez, 2006).

2.1.3 Dimensão normativa

A educação, como qualquer atividade social é uma atividade regulada em alguns aspetos de forma explícita e noutros implícita. Desde as diretrizes curriculares, normalmente fixadas por decretos oficiais, passando pelos comportamentos de cortesia e respeito mútuo entre professor e alunos, o ensino e a aprendizagem são regulados por regras, convenções, hábitos, costumes, tradições, ... Trata-se de considerar as normas, hábitos e convenções geralmente implícitas que regulam o funcionamento das turmas de matemática, concebida como "microssociedade", que condicionam em maior ou menor medida os conhecimentos que constroem os estudantes. O foco de atenção, nestas aproximações, são principalmente as interações entre professor e estudantes quando abordam o estudo de temas matemáticos específicos.

Todos estes elementos reguladores compõem o que é chamado de "dimensão normativa dos processos de estudo". A noção de dimensão normativa foi introduzida em Godino, Font, Wilhelmi e Castro (2009). Estes autores abordam o estudo sistemático e global destas noções teóricas da perspetiva unificada do conhecimento e da instrução matemática que proporciona o enfoque ontossemiótico, tratando de identificar as suas conexões mútuas e complementaridades, assim como o reconhecimento de novos tipos de normas que facilitam a análise dos processos de ensino e aprendizagem da matemática. A figura 2 resume os diferentes tipos de normas identificadas no mencionado trabalho.

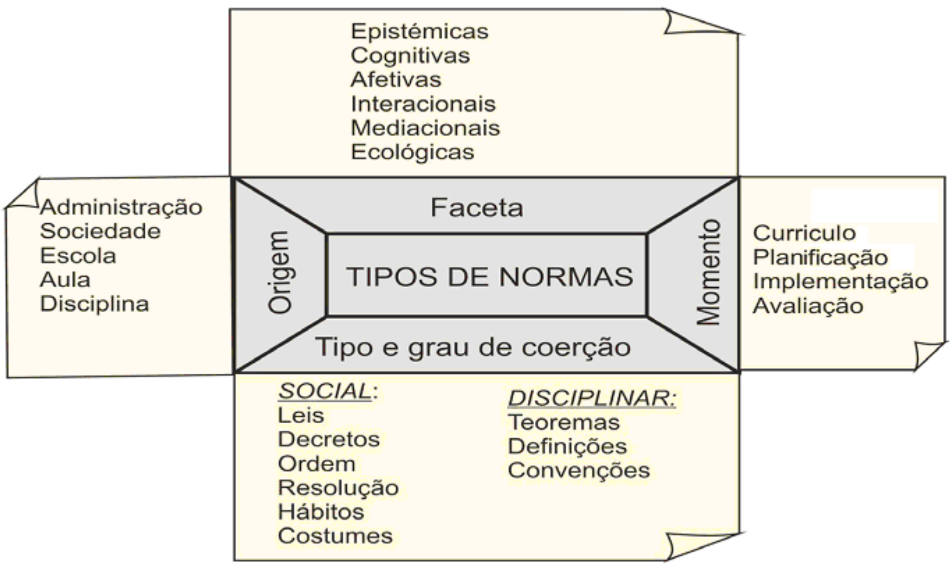

Figura 2 – Dimensão normativa. Tipos de normas.

A identificação das diferentes facetas da dimensão normativa (epistémica, cognitiva, interacional, mediacional, afetiva e ecológica) permite:

- Avaliar a pertinência das intervenções dos professores e alunos considerando o conjunto de normas, e sua tipologia, que condicionam o ensino e a aprendizagem.
- Sugerir trocas nos tipos de normas que ajudam a melhorar o funcionamento e controle dos sistemas didáticos, com vista a uma evolução dos significados pessoais face aos significados institucionais pretendidos.

2.1.4 Noção de adequação didática

No enfoque ontossemiótico foi introduzida a noção de adequação didática (Godino, 2011) como uma abordagem sistémica para a conceção, implementação e avaliação do ensino e aprendizagem da matemática. Esta adequação é a articulação coerente e sistémica das seguintes adequações parciais: epistémica, ecológica, cognitiva, afetiva, interacional e mediacional.

Adequação epistémica – Refere-se ao grau de representatividade dos significados institucionais pretendidos (ou implementados), em relação ao significado de referência.

Adequação cognitiva – Expressa o grau em que os significados pretendidos (ou implementados) estão na zona de desenvolvimento potencial dos alunos, assim como a proximidade destes significados pessoais atingidos aos significados pretendidos (implementados).

Adequação interacional – Um processo de ensino e aprendizagem terá maior adequação, deste ponto de vista, se as configurações e trajetórias didáticas permitirem, por uma lado, identificar potenciais conflitos semióticos[2] (que podem ser detetados à priori) e, por outro lado, resolver conflitos que forem surgindo durante o processo de ensino. Por exemplo, um

[2] Um *conflito semiótico* é qualquer disparidade ou discordância entre os significados atribuídos a uma expressão por dois sujeitos (pessoas ou instituições). Se a disparidade ocorre entre significados institucionais, falamos de conflitos semióticos do tipo epistémico, se a disparidade ocorre ao nível das práticas que formam o significado pessoal de um mesmo sujeito, designamo-los como conflitos semióticos do tipo cognitivo.
Quando a disparidade ocorre entre as práticas (discursivas e operativas) de dois sujeitos diferentes em interação comunicativa (por exemplo, aluno-aluno ou aluno-professor) falaremos de conflitos semióticos interacionais.

processo de estudo realizado de acordo com uma sequência de situações de ação, formulação, validação e institucionalização (Brousseau, 1997) tem, potencialmente, maior adequação semiótica do que um processo magistral que não tenha em consideração as dificuldades dos alunos.

Adequação mediacional – Consiste no grau de disponibilidade e apropriação dos recursos materiais e temporais necessários para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem. Por exemplo, se o professor e os alunos tivessem à sua disposição meios informáticos pertinentes para o estudo de determinado tema, o processo de ensino e aprendizagem que se apoiasse nestes recursos teria potencialmente maior adequação mediacional que outro baseado exclusivamente na utilização do quadro, lápis e papel.

Adequação emocional – Envolve o grau de implicação (interesse, motivação, …) do aluno num processo de ensino. A adequação emocional está relacionada com fatores que dependem tanto da instituição como do aluno e da sua história escolar prévia. Por exemplo, o recurso a situações-problema que sejam do interesse dos alunos potencia uma alta adequação emocional.

Adequação ecológica – Diz respeito ao grau em que o processo de estudo se ajusta ao projeto educativo da turma e da escola, à sociedade e aos condicionamentos do contexto no qual se desenvolve.

No sentido de se conseguir uma adequação global de determinado processo de ensino e aprendizagem, as várias componentes devem estar integradas e ser consideradas as interações entre as mesmas. Isto requer falar-se da adequação didática como critério sistémico de adequação e pertinência em relação a um projeto educativo global (Godino, Wilhelmi e Bencomo, 2005). No entanto, esta adequação deve ser interpretada como relativa às circunstâncias temporais e contextuais instáveis, o que requer uma atitude de reflexão e investigação por parte do professor e demais agentes que compartilham a responsabilidade de um projeto educativo.

Godino *et al*. (2006) consideram a grande utilidade destas noções para a análise de projetos e experiências de ensino. Os distintos elementos podem interagir entre si, o que sugere a extraordinária complexidade dos processos de ensino e aprendizagem. Atingir uma alta adequação numa das dimensões, por exemplo, a epistémica, pode requerer capacidades cognitivas que os alunos não possuem.

Uma vez obtido um certo equilíbrio entre as dimensões epistémica e cognitiva, é necessário que a trajetória didática otimize a identificação e solução de conflitos semióticos. Os recursos técnicos e o tempo disponível também interatuam com as situações-problemas, a linguagem, etc.

Na figura 3 é apresentado o resumo dos critérios que compõem a adequação didática. É representada através de um hexágono regular a adequação correspondente a um processo de ensino pretendido ou programado, onde à priori se supõe o grau máximo para as adequações parcelares.

O hexágono irregular interno corresponde às adequações efetivamente atingidas na implementação de um processo de ensino e aprendizagem. Na base estão as adequações epistémica e cognitiva por se considerar que o processo de estudo gira à volta do desenvolvimento de conhecimentos específicos.

> "Diferentes tipos de cosas que deben ser aprendidas requieren diferentes tipos de apoyos para su aprendizaje" (Spector, 2001, p.391).

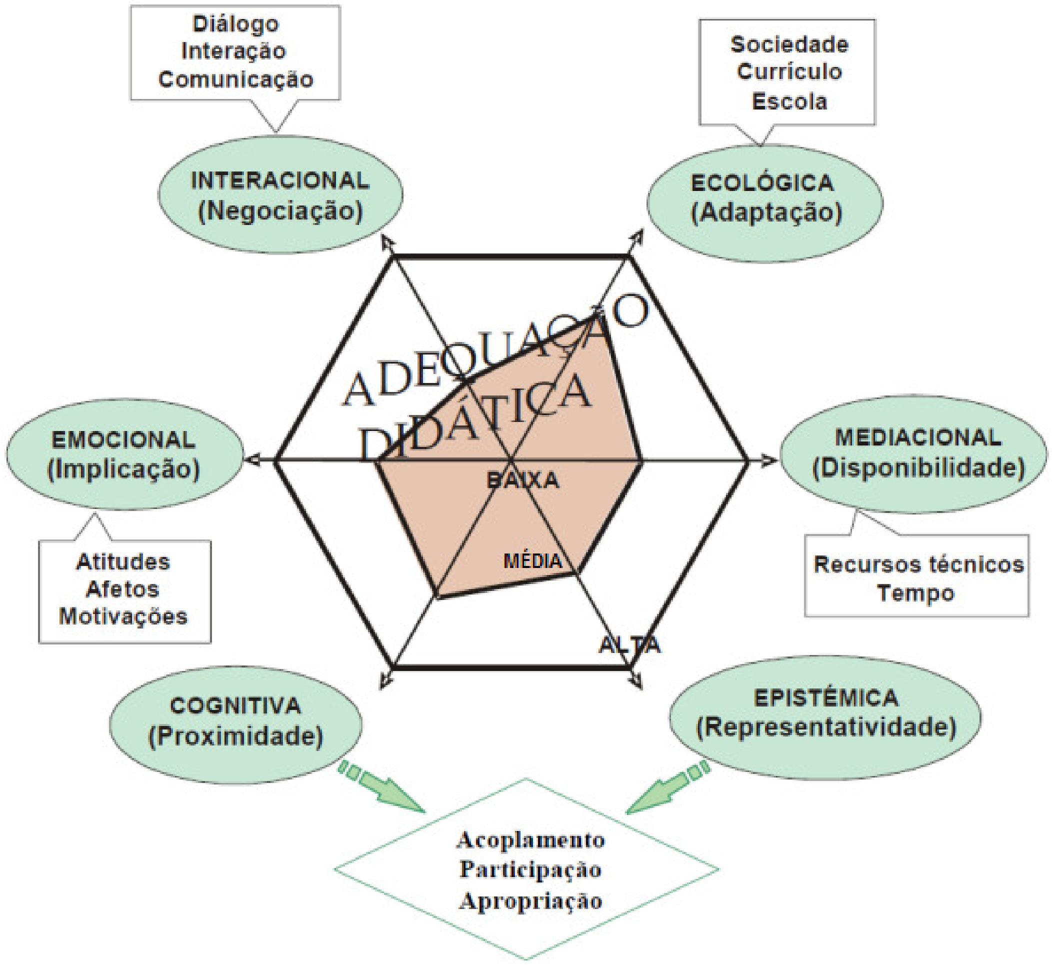

Figura 3 – Componentes da adequação didática

2.1.5 Indicadores de adequação didática

Para cada uma destas componentes de adequação didática, no marco teórico, distinguem-se vários indicadores empíricos, que expressam um conjunto de princípios didáticos. Este trabalho centra-se na análise do grau de adequação das componentes epistémica, mediacional e ecológica nos manuais e no currículo. De seguida, são apresentados alguns desses indicadores, com base em Godino (2011) e Godino *at al.* (2012).

Adequação epistémica

No enfoque ontossemiótico entende-se que um programa de formação, ou um processo de estudo matemático, tem maior adequação epistémica na medida em que o conteúdo pretendido (ou implementado) está de acordo com o conteúdo de referência. O quadro 1 inclui as componentes e os indicadores relevantes que permitem operacionalizar esta noção.

Quadro 1 - Componentes e indicadores da adequação epistémica

COMPONENTES	INDICADORES
Situações-problemas	- Se apresenta uma amostra representativa e articulada de situações-problemas que permitam contextualizar, exercitar, ampliar e aplicar o conhecimento matemático a situações da própria matemática ou de outros contextos. - Se propõe situações de generalização de problemas (problematização).
Linguagens	- Se usa diferentes modos de expressão matemática (verbal, gráfica, simbólica...), para traduzir problemas e ideias matemáticas analisando a pertinência e potencialidades de um ou outro tipo de representação e realizando processos de tradução entre os mesmos. - Se propõe situações de expressão matemática e interpretação, que permitam ao estudante usar as suas próprias representações para organizar, registar e comunicar ideias. - Se o nível de linguagem é apropriada para os estudantes a que se dirige.
Regras (Definições, proposições, procedimentos)	- Se as definições e procedimentos são claros e corretos, e estão adaptadas ao nível de ensino a que se dirigem. - Se apresentam os enunciados e procedimentos fundamentais do tema adaptados para o nível de ensino dado. - Se propõem situações em que os alunos têm de generalizar ou aplicar proposições, definições ou procedimentos.
Argumentos	- Se favorecem a argumentação e a prova dos enunciados e proposições matemáticas através de diversos tipos de argumentos e métodos de prova. - Se promovem situações em que os estudantes têm de conjeturar sobre relações matemáticas, se as investigam e justificam.

	- Se as explicações, verificações e demonstrações são adequadas ao nível educativo a que se dirigem.
Relações	- Se favorece o estabelecimento e uso de conexões entre as ideias matemáticas (problemas, representações, conceitos, procedimentos, propriedades, argumentos). - Se os conteúdos matemáticos se apresentam e se estudam como um todo organizado. - Se reconhece e aplica as ideias matemáticas em contextos não matemáticos.

Para obter uma alta adequação epistémica será necessária a seleção e adaptação de situações-problemas ou tarefas ricas. Além disso, também requerem atenção, como propõe o enfoque ontossemiótico, as várias representações ou meios de expressão, definições, procedimentos, proposições e justificações das mesmas. Tais tarefas devem proporcionar aos estudantes diferentes formas de abordá-las, envolver várias representações e requerer que os estudantes conjeturem, interpretem e justifiquem as soluções obtidas.

Também se deve prestar atenção às conexões entre as diferentes partes do conteúdo matemático. A matemática é um campo de estudo integrado. "Num currículo coerente, as idéias matemáticas estão associadas e construídas umas sobre as outras”. (NCTM, 2008a, p.15).

Adequação cognitiva

Expressa o grau em que os significados pretendidos (ou implementados) são adequados para os estudantes. Apesar de este trabalho não analisar a adequação cognitiva, no quadro 2 estão incluidos os componentes e indicadores selecionados.

Quadro 2 - Componentes e indicadores da adequação cognitiva

COMPONENTES	INDICADORES
Conhecimentos prévios (têm-se em conta os mesmos	- Se os estudantes têm os conhecimentos prévios necessários para o estudo do tema (se o manual faz essa revisão). - Se essa revisão permite ao estudante adquirir os conhecimentos

elementos que para a adequação epistémica).	emergentes.
Adaptações curriculares às diferenças individuais	- Se incluem atividades de ampliação e de reforço. - Se promovem a compreensão e aquisição dos conteúdos a todos os estudantes. - Se dão orientação de tarefas.
Aprendizagem (têm-se em conta os mesmos elementos que na adequação epistémica).	- Os diversos modos de avaliação indicam se os alunos se apropriam dos conhecimentos, compreensão e competências pretendidas: compreensão conceptual e proposicional; competência comunicativa e argumentativa; fluência procedimental; compreensão situacional; competência metacognitiva. - Se a avaliação tem em conta distintos níveis de compreensão e competência. - Se os resultados das avaliações permitem criar um feedback no aluno e permitem tomar decisões.

No enfoque ontossemiótico parte-se do princípio que a aprendizagem implica a apropriação pelos estudantes dos significados institucionais pretendidos, através da participação na comunidade de práticas desenvolvida na aula. Ela envolve a ligação progressiva entre os significados pessoais iniciais dos estudantes e os significados institucionais planificados. Os significados são entendidos em termos de práticas operativas e discursivas e também envolvem o reconhecimento e interação dos objetos envolvidos nas referidas práticas.

Três dos seis princípios estabelecidos pelo NCTM (2008a) sobre o ensino da matemática estão relacionados com a adequação cognitiva. No princípio da equidade pode-se ler que, "a excelência na educação matemática requer equidade: expetativas elevadas e um sólido apoio a todos os alunos". A igualdade na educação exige a adaptação razoável e adequada, sempre que necessário, de modo a promover o acesso e aquisição dos conteúdos por todos os estudantes. O princípio da aprendizagem indica que "Os alunos devem aprender matemática com compreensão, construindo ativamente novos conhecimentos a partir da experiência e de conhecimentos prévios”. Também o princípio da avaliação afirma que "A avaliação deve apoiar a aprendizagem de uma matemática relevante e fornecer informações úteis quer para os professores quer para os alunos".

Adequação mediacional

Consiste no grau de disponibilidade e adequação dos recursos materiais e temporais necessários para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem.

Segundo o NCTM (2008a) o uso adequado da tecnologia é essencial no ensino e aprendizagem da matemática. Este meio, pode influenciar positivamente o que é ensinado e, por sua vez, promover a aprendizagem dos estudantes.

> “Technology is an essential tool for learning mathematics in the 21st century, and all schools must ensure that all their students have access to technology. Effective teachers maximize the potential of technology to develop students understanding, stimulate their interest, and increase their proficiency in mathematics. When technology is used strategically, it can provide access to mathematics for all students” (NCTM, 2008b).

As calculadoras gráficas e outras ferramentas tecnológicas, tais como, software de geometria dinâmica, applets e dispositivos de apresentação interativa, são componentes vitais para uma educação matemática de alta qualidade.

O quadro 3, inclui um componente e indicadores de adequação no uso dos recursos tecnológicos, incluindo materiais manipuláveis.

Quadro 3 - Componente e indicadores da adequação mediacional

COMPONENTE	INDICADORES
Recursos materiais (Manipuláveis, calculadoras, computadores)	- Se usa materiais manipuláveis e informáticos que permitem introduzir tarefas ricas, línguagens, procedimentos, argumentações adaptadas ao conteúdo pretendido. - Se as definições e propriedades são contextualizadas e motivadas usando situações, modelos concretos e visualizações.

Adequação ecológica

Diz respeito ao grau em que o processo de estudo se ajusta ao projeto educativo da turma e da escola, à sociedade e aos condicionamentos do contexto no qual se desenvolve. Refere-se a tudo o que está fora da aula, condicionando a atividade que se desenvolve na mesma.

Assim, podemos aludir a tudo o que é determinado pela sociedade, escola, pedagogia e didática da matemática. O processo de estudo ocorre num contexto educativo que estabelece metas e valores, para a educação dos cidadãos e futuros profissionais, que devem ser respeitados.

Na escola, a prática matemática pode exercer uma enorme influência de duas maneiras completamente opostas: por um lado, a matemática reduzida a meros cálculos rotineiros pode reforçar atitudes passivas e complacentes e, por outro lado, a matemática no seu sentido mais amplo pode desenvolver o pensamento crítico e alternativo.

Outros componentes e indicadores da adequação ecológica estão incluídas no quadro 4, em particular as conexões do conteúdo matemático com outras áreas curriculares e entre diferentes áreas temáticas dentro da própria matemática.

Quadro 4 - Componentes e indicadores da adequação ecológica

COMPONENTES	INDICADORES
Adaptação ao currículo	- Se o conteúdo, implementação e avaliação correspondem às diretrizes curriculares. - Se inclui atividades de ampliação e reforço no final do capítulo.
Abertura para a inovação didática	- Inovação baseada na investigação e na prática reflexiva - Integração de novas tecnologias (calculadoras, computadores, TIC, etc) no projeto educativo.
Adaptação sócio-profissional e cultural	- Se o conteúdo contribui para a formação sócio-profissional dos estudantes.
Educação em valores	- Se contempla a formação em valores democráticos e do pensamento crítico.

Conexões intra e interdisciplinares	- Se os conteúdos se relacionam com outros conteúdos intra e interdisciplinares.

Nas secções anteriores, identificámos alguns indicadores para as três adequações que nos propomos utilizar, na análise dos manuais escolares. Estas adequações não se devem considerar como fatores independentes já que ocorrem interações entre elas. Um indicador para a interação entre as componentes epistémica e ecológica é se o currículo propõe estudar problemas diversificados em áreas como a vida escolar, quotidiana e do trabalho.

As ferramentas descritas podem ser aplicadas à análise de um processo pontual de estudo implementado numa aula, ao planeamento ou ao desenvolvimento de uma unidade didática ou a um nível mais global, por exemplo, o desenvolvimento de um curso ou de uma proposta curricular. Também podem ser úteis para analisar aspetos parciais de um processo de estudo, material didático, um livro de texto, respostas dos alunos a tarefas específicas, ou "incidentes didáticos" pontuais.

2.2 Certificação e adoção de manuais escolares

A Lei n.º 47/2006, de 28 de agosto, define o regime de avaliação, certificação e adoção de manuais escolares e outros recursos didático-pedagógicos do ensino básico e do ensino secundário, bem como os princípios e objetivos a que devem obedecer o apoio sócio-educativo relativamente à aquisição e ao empréstimo destes recursos. O Artigo 3.º refere que o manual escolar é o recurso didático-pedagógico relevante, ainda que não exclusivo, do processo de ensino-aprendizagem, concebido por ano ou ciclo, de apoio ao trabalho autónomo do aluno que visa contribuir para o desenvolvimento das competências e das aprendizagens definidas no currículo nacional para o ensino básico e para o ensino secundário, apresentando informação correspondente aos conteúdos nucleares dos programas em vigor, bem como propostas de atividades didáticas e de avaliação das aprendizagens, podendo incluir orientações de trabalho para o professor.

Na mesma Lei, no Artigo 2.º, define-se o regime de avaliação, certificação e adoção dos manuais escolares, que assenta em determinados princípios orientadores relativamente à "qualidade científico-pedagógica dos manuais escolares e à sua conformidade com os objetivos e conteúdos do currículo nacional e dos programas e orientações curriculares"; no Artigo 12.º (ponto 1) indica-se que "o resultado da avaliação efetuada pelas comissões de avaliação exprime-se numa menção de Certificado ou Não Certificado", podendo "o editor ou autor cujo manual seja objeto de certificação publicitá-la pelos meios que entender convenientes, designadamente pela aposição dessa menção na capa ou na contracapa do manual" (ponto 4).

O reconhecimento dos manuais escolares como um instrumento fundamental do ensino e da aprendizagem levou o sistema político a garantir a estabilidade dos mesmos de modo a respeitar os interesses económicos das famílias com vários filhos em idade escolar mas também a garantir a qualidade científica e pedagógica assegurada através de um sistema de apreciação e controle. O Decreto - Lei n.º 261/2007, de 17 de julho, que regulamenta a Lei n.º 47/2006, de 28 de agosto, define nos artigos 8.º e 9.º, as normas gerais a que deve obedecer a acreditação de entidades para a certificação de manuais escolares, assim como os critérios e demais procedimentos a realizar.

O Despacho n.º 29864/2007 do Gabinete do Secretário de Estado Adjunto e da Educação, publicado no Diário da República, 2.ª série, n.º 249 de 27 de dezembro, inclui um anexo que especifica os critérios de avaliação para certificação dos manuais escolares. Assim, o manual é certificado em relação:

1) Ao rigor linguístico, científico e conceptual;
2) À adequação ao desenvolvimento das competências;
3) À conformidade com os programas e orientações curriculares;
4) À qualidade pedagógica e didática;
5) Aos valores;
6) À possibilidade de reutilização e adequação ao período de vigência previsto;
7) À qualidade material, nomeadamente, a robustez e o peso.

No entanto, o referido Decreto - Lei n.º 261/2007, de 17 de julho, permite também criar as condições para o exercício efetivo da autonomia dos docentes no quadro dos órgãos de coordenação pedagógica dos seus estabelecimentos de ensino, através da seleção, de entre os manuais escolares certificados, daqueles que melhor se adequam aos respetivos projetos educativos.

Acrescenta-se ainda, que o regime de avaliação, certificação e adoção de manuais escolares se aplicou a partir do ano letivo de 2008/2009, em condições fixadas pelo Despacho n.º 415/2008, publicado no Diário da República, 2.ª série, n.º 3 de 4 de janeiro de 2008. Reforça-se o nível de exigência, visando a elevação da qualidade dos manuais escolares, determinando que a sua entrada em vigor se faça de forma segura e em condições que permitam a adaptação de todos os agentes envolvidos, pelo que se estabelece e publicita o calendário das adoções dos manuais escolares. Essa adoção realiza-se no 3.º período do ano letivo anterior ao início da vigência dos manuais escolares, sendo da competência do respetivo órgão de coordenação e orientação educativa.

Os critérios de apreciação de manuais escolares ainda não submetidos a avaliação e certificação são distribuídos em quatro grupos: i) Organização e método; ii) Informação; iii) Comunicação; iv) Caraterísticas materiais, mas os respetivos componentes de análise têm uma formulação muito genérica podendo conduzir a interpretações diversificadas, de acordo com as conceptualizações que os professores têm.

Relativamente ao primeiro grupo – **organização e método** – são analisados os seguintes critérios: apresenta uma organização coerente e funcional, estruturada na perspetiva do aluno; desenvolve uma metodologia facilitadora e enriquecedora das aprendizagens; estimula a autonomia e a criatividade; motiva para o saber e estimula o recurso a outras fontes de conhecimento e a outros materiais didáticos; permite percursos pedagógicos diversificados; contempla sugestões de experiências de aprendizagem diversificadas, nomeadamente de atividades de caráter prático/experimental e propõe atividades adequadas ao desenvolvimento de projetos interdisciplinares.

Em termos de **informação** é analisado se o manual se adequa ao desenvolvimento das competências definidas no Currículo do respetivo ano e/ou nível de escolaridade; responde aos objetivos e conteúdos do Programa/Orientações Curriculares; fornece informação correta, atualizada, relevante e adequada aos alunos a que se destina; explicita as aprendizagens essenciais; promove a educação para a cidadania e não apresenta discriminações relativas a sexos, etnias, religiões, deficiências,...

No âmbito da **comunicação** é apreciado se a conceção e a organização gráfica do manual facilitam a sua utilização e motivam o aluno para a aprendizagem; se os textos são claros, rigorosos e adequados ao nível de ensino e à diversidade dos alunos a que se destinam e se os diferentes tipos de ilustrações são corretos, pertinentes e se relacionam adequadamente com o texto.

Quanto às **características materiais** é analisado se o manual apresenta robustez suficiente para resistir à normal utilização; se o formato, as dimensões e o peso do manual (ou de cada um dos seus volumes) são adequados ao nível etário do aluno e se permite a reutilização.

Cada um dos critérios é avaliado em muito bom, bom, suficiente ou insuficiente. A classificação de insuficiente corresponde à não adoção do manual.

Os critérios de apreciação de manuais escolares submetidos a avaliação e certificação apenas têm em conta a sua adequação ao Projeto Educativo da Escola. Neste domínio, são analisados tendo em conta as características do público-alvo, as caraterísticas do meio envolvente e a diversidade social e cultural da comunidade escolar.

Cada um dos critérios é avaliado em muito adequado, adequado, pouco adequado ou não adequado. A classificação de não adequado corresponde à não adoção do manual.

Em anexo apresenta-se, a título de exemplo, a grelha de registo de apreciação e seleção de manuais escolares para o ano letivo 2012/2013. De referir que neste ano letivo foram adotados novos manuais de matemática A para o 12.º ano, tendo sido utilizada na sua adoção os critérios de apreciação de manuais escolares não submetidos a avaliação e certificação, uma vez que, ao nível do ensino secundário ainda não existiam manuais de matemática certificados.

Um outro aspeto considerado na legislação é o período de vigência dos manuais escolares do ensino básico e do ensino secundário. Em regra, é de seis anos, devendo ser idêntico ao dos programas das disciplinas a que se referem (ponto 1 do Artigo 4.º da Lei n.º 47/2006 e ponto 1 do artigo 2.º do Decreto-Lei n.º 261/2007), procurando-se assim, contribuir para a estabilidade da organização pedagógica nas escolas, e facultar às famílias, através da possibilidade de reutilização, uma redução dos encargos com a sua aquisição.

Assim, a legislação procura garantir o acesso de todos os alunos a um recurso didático-pedagógico adequado ao desenvolvimento das competências e aprendizagens previstas no currículo nacional, de acordo com o contexto socioeducativo específico da escola e, ao mesmo tempo, garantir a qualidade científica e pedagógica desses recursos tornando-os instrumentos adequados ao ensino e à aprendizagem e promotores do sucesso. Ou seja, através da legislação referida, pretende-se seguir uma política de justiça social e imparcialidade relativamente ao acesso e às condições de utilização dos manuais, corrigindo a ideia que sejam um produto descartável, e reforçando-os como instrumentos educativos e recursos culturais essenciais, para uma franja da nossa sociedade que ainda tem dificuldades em aceder a outros bens culturais.

2.3 O currículo

Encontra-se o que se entende por currículo nacional no Decreto-Lei n.º 74/2004 de 26 de março, Artigo 2.º, que passamos a transcrever:

> 1 — Para efeitos do disposto no presente diploma, entende-se por currículo nacional o conjunto de aprendizagens a desenvolver pelos alunos de cada curso de nível secundário, de acordo com os objetivos consagrados na Lei de Bases do Sistema Educativo. 2 — O currículo nacional concretiza-se em planos de estudo elaborados com base nas matrizes curriculares anexas ao presente diploma, do qual fazem parte

integrante. 3 — As aprendizagens a desenvolver pelos alunos de cada curso de nível secundário têm como referência os programas das respetivas disciplinas, homologados por despacho do Ministro da Educação, bem como as orientações fixadas para as áreas não disciplinares. 4 — As estratégias de desenvolvimento do currículo nacional são objeto de um projeto curricular de escola, integrado no respetivo projeto educativo.

Na Educação, o currículo não se esgota em si mesmo, deixando antever um fenómeno inacabado e sempre dinâmico.

As primeiras definições de currículo apontam para um conceito que corresponde "a um plano de estudos, ou a um programa, muito estruturado e organizado na base de objetivos, conteúdos e atividades e de acordo com a natureza das disciplinas" (Pacheco, 2001, p.16), o que demonstra uma noção restrita de currículo, mas ainda recorrente nas conceções de muitos docentes.

Gimeno (2000) apresenta um modelo de desenvolvimento curricular com base numa conceção processual de currículo. Neste modelo, considera diferentes currículos, cada um resultante da ação de diferentes intervenientes.

Assim, a definição de currículo de Gimeno (2000) baseia-se num modelo subdividido em cinco níveis de desenvolvimento curricular que interagem entre si: o *currículo prescrito* definido pelas equipas de especialistas por proposta do Ministério da Educação (Governo); o *currículo apresentado*, constituído pelos programas, manuais e outros documentos/materiais de apoio à prática letiva onde surgem as principais linhas do currículo prescrito; o *currículo moldado* pelos professores nas planificações de forma a colocar em prática o currículo prescrito; o *currículo em ação* como o conjunto de contextos de aprendizagens que o professor coloca em prática e o *currículo avaliado* aquilo que é avaliado.

Em primeiro lugar, o *currículo prescrito*, é ditado pelos órgãos político-administrativos e tem um papel de prescrição ou orientação relativamente ao conteúdo do currículo, sobretudo no que diz respeito à educação obrigatória. Funciona como referência básica relativamente à ordenação do sistema curricular, à elaboração de materiais curriculares e no controlo do sistema.

Em segundo lugar, o *currículo desenhado ou apresentado* é aquele que chega aos professores através dos meios ou materiais curriculares, dos quais tem papel de destaque o manual escolar. Estes materiais colocam à disposição do professor uma interpretação do currículo, geralmente mais concretizada e orientada para a prática letiva, facilitando-lhes a atividade de planificação.

Em terceiro lugar, o *currículo organizado ou moldado* é aquele que resulta da interpretação do professor, seja a partir do currículo prescrito ou dos materiais curriculares. O professor é um agente decisivo na concretização do currículo, é um tradutor que intervém na configuração do significado das propostas curriculares, nomeadamente quando realiza o trabalho de planificação, o que tanto pode ser feito individualmente ou em grupo.

Em quarto lugar, o *currículo em ação* é o que é praticado na realidade escolar, o que o professor põe em prática junto dos seus alunos. Dá-se no momento em que este leciona as suas aulas, em que concretiza com os alunos aquilo que preparou (a chamada instrução).

Finalmente, o *currículo avaliado* é aquele que é valorizado por ser nele que incidem os testes ou avaliações externas e que, por sua vez, acaba por impor critérios de relevância para o ensino do professor e para a aprendizagem dos alunos.

Através do currículo avaliado salienta-se aquilo que verdadeiramente vale, o que verdadeiramente conta. Por isso, os exames externos têm um forte efeito regulador, quer das práticas do professor, quer do que os alunos (e pais) consideram que vale a pena aprender.

Este autor usa um esquema circular (figura 4) para ilustrar o dinamismo e inter-relação entre as diferentes faces do currículo, que correspondem às diferentes fases do processo de desenvolvimento curricular quando globalmente entendido.

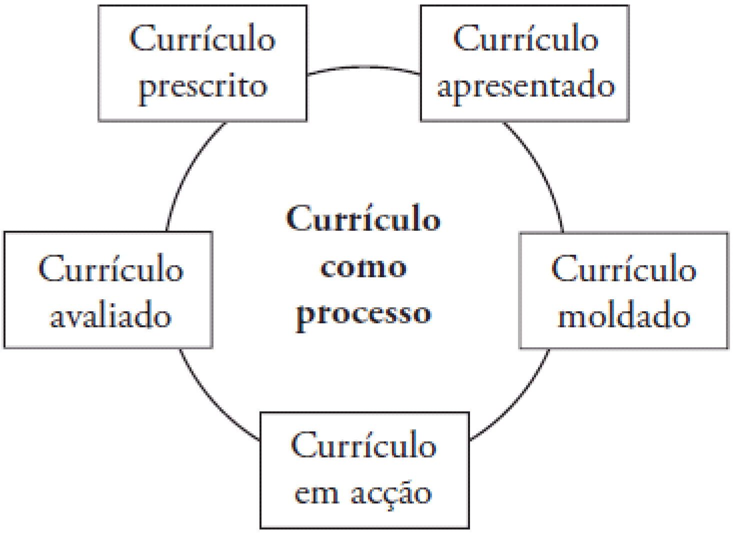

Figura 4 - O currículo como processo (adaptado de Gimeno, 2000, p. 139)

O conceito de currículo como processo é partilhado por Pacheco (2001), que afirma:

> "o currículo, apesar das diferentes perspetivas e dos diversos dualismos, define-se como um projeto, cujo processo de construção e desenvolvimento é interativo, que implica unidade, continuidade e interdependência entre o que se decide ao nível do plano normativo, ou oficial, e ao nível do plano real, ou do processo de ensino-aprendizagem. Mais ainda, o currículo é uma prática pedagógica que resulta da interação e confluência de várias estruturas (políticas, administrativas, económicas, culturais, sociais, escolares,...) na base das quais existem interesses concretos e responsabilidades compartilhadas." (Pacheco, 2001, p.20)

O currículo oficial é o currículo determinado oficialmente pela administração Central do Sistema Educativo decorrente da Lei de Bases, dos Decretos, Despachos e dos Próprios Programas, enquanto o currículo real é o currículo que é seguido na prática.

Currículo Formal ou oficial é o currículo determinado por uma decisão político-administrativa. É neste contexto que é defendida a normatividade curricular (Pacheco, 2001).

O Currículo informal é considerado de grande importância formativa, com base nos mecanismos de enriquecimento do currículo escolar. As escolas desenvolvem atividades que têm a ver com desportos, atividades artísticas, grupos de música ou teatro, complementos de línguas estrangeiras, trabalhos práticos, programas de visitas e intercâmbios (Zabalza, 2002). Contudo, encontrando-se formalizado passa a currículo formal, embora de complemento curricular.

O currículo oculto, não ensinado, escondido, é aquele que não pertence ao currículo oficial.

> "Dir-se-á que existe um currículo oculto quando os autores dos manuais fazem a sua interpretação do programa, quando os professores moldam os conteúdos e organizam as situações de ensino – aprendizagem, quando os alunos são sujeitos ativos na interação didática, enfim, quando os pais e outros mais participam, de modo direto ou indireto, no desenvolvimento do currículo." (Pacheco, 2001, p. 70) .

Os processos de transformação do currículo por influência dos diversos subsistemas ocorrem de forma dinâmica, protagonizados por diversos atores que vão tomando sucessivas decisões, com diferentes graus de abrangência, em diferentes espaços e tempos.

Este autor, apresenta os contextos ou níveis de decisão curricular da seguinte forma:

> " político-administrativo (no âmbito da administração central); de gestão (no âmbito da escola e da administração regional); de realização (no âmbito da sala de aula)", (Pacheco, 2001, p.68).

Relativamente a este último, é particularmente interessante a visão do papel dos manuais escolares enquanto mediadores do currículo para os professores. Deste modo, para compreender o currículo é preciso ter em conta os diversos sistemas que o configuram. Olhar apenas para uma vertente leva facilmente a conclusões erradas. Cada contexto e, talvez mais importante, cada grupo de atores, tem a sua versão do currículo.

Por exemplo, olhar para o currículo na sua vertente teórica e prescritiva, emanada do contexto político-administrativo, deixa de fora a realidade da prática escolar, isto é, o que acontece efetivamente no terreno: o político pretende prescrever mudanças da prática, mas o professor é quem concretiza o currículo na sala de aula e, só por isso, já aí lhe imprime a sua interpretação.

O quadro 5 cruza os diversos níveis de currículo propostos por Gimeno com os três contextos de decisão curricular salientados por Pacheco, evidenciando o protagonismo do manual escolar no currículo.

O "currículo do passado" considerava que o conhecimento se transmitia e se adquiria através de formas isoladas e especializadas das disciplinas, menosprezava o possível impacto das mudanças políticas e económicas e as desigualdades de acesso que diferenciavam os estudantes. Young (2010) adverte para se considerar no desenvolvimento curricular a preocupação com "o que ensinar" em diversos contextos.

Essa perspetiva remete às reflexões acerca das práticas curriculares como processos de diversificação e diferenciação curricular. Utilizamos, neste caso, o conceito de diversificação curricular para designar formas organizacionais de ofertas educativas, a que correspondem, por exemplo, tipos diferentes de cursos de ensino e modalidades de formação. A opção dos alunos por cursos orientados para o prosseguimento de estudos (e dentro destes os seus ramos de especialização) e por cursos profissionais é uma forma de diversificação curricular.

Quadro 5 - Níveis de currículo e os protagonistas curriculares

Níveis de currículo	Contexto politico-administrativo (administração central)	Contexto de gestão (administração regional e escolar)	Contexto de realização (sala de aula)
Currículo prescrito	Especialistas		
Currículo apresentado	Autores de materiais e manuais		
Currículo moldado		Grupos de professores	Professor
Currículo em acção			Professor, alunos
Currículo avaliado	Sistema Educativo	Escola, Grupos de professores	Professor

Fonte: Canavarro (2003)

Considerando-se que o currículo concebido como mero conjunto de programas nacionais universais já não dá resposta às necessidades com que convive a escola portuguesa, não só atuais como futuras, numa economia cada vez mais globalizada, o discurso académico (Pacheco, 2000; Leite, 2003) tem veiculado a tese do entendimento do currículo prescrito a nível nacional como um projeto que tem de ganhar sentido na sua concretização. Assim, as políticas educacionais têm vindo a apontar para uma descentralização da organização e gestão curriculares, esperando-se, no entanto, que algumas das decisões se operem a nível nacional - nomeadamente as que se referem a aspetos globais -, mas que outra grande parte delas seja delineada, cada vez mais, no campo específico de cada escola.

Segundo Roldão (2008), o currículo escolar só tem razão de ser se com ele se pretendem desenvolver novas competências nos alunos. Não podemos entender o currículo como apenas um conjunto de conteúdos a que correspondem um conjunto de conhecimentos inertes que se esquecem.

Quando nos referimos a competências, estamos a seguir a ideia de Perrenoud (1995), ou seja, a conceber o saber na sua relação com a capacidade efetiva de utilização e manejo – intelectual, verbal ou prático – e não a conteúdos acumulados que pouca influência têm para o agir no concreto, ou resolver qualquer situação diferente da que foi ensinada. Ou seja, estamos a conceber a competência não apenas na dimensão cognitiva mas também na dimensão social. "É justamente a competência visada que constitui a meta a alcançar pelo currículo escolar", (Roldão, 2011, p.33).

Roldão, (1999, p. 26) entende o currículo como "uma realidade socialmente construída, que carateriza a escola como instituição em cada época" e em construção permanente, abandonando, deste modo, uma visão naturalista de currículo como um figurino estável de disciplinas. Fazer com que alguém aprenda tem vindo a substituir a ideia de "dar matérias" predominantemente pela via da fala dos professores, apoiada num manual que rigidamente se segue (Roldão, 2011). O trabalho que cabe à escola é garantir que se aprenda aquilo de que se vai precisar, pessoal e socialmente, para uma boa integração social (Roldão, 2008).

A socialização na profissão de professor, iniciada ainda como estudante que assiste ao desempenho dos seus professores, faz-se na base do programa e dos manuais a que recorrem, como única face visível do currículo. Como nos diz Roldão (2008), esta situação é impensável em qualquer outra profissão. Ainda segundo a mesma autora:

> "um programa não se cumpre, o que tem de se cumprir é o currículo, a aprendizagem para cuja consecução ele foi organizado. (…) Cada docente vai fazer a gestão desse mesmo currículo, repensando o programa no sentido da sua funcionalidade e uso inteligente e não do caráter prescritivo estrito que, perversamente, serve também de justificação recorrente a tudo o que corre menos bem na ação docente", (Roldão, 2008, p.29).

O currículo é, portanto, o conjunto de saberes cuja apropriação, num dado tempo e contexto, é socialmente reconhecida como necessária (Gaspar e Roldão, 2007). " O currículo é plástico, socialmente transformável, evolutivo, na sua natureza, mas estável na sua finalização." (Roldão, 2011, p.33)

O que estamos a afirmar, não pressupõe que desvalorizemos o conhecimento. Tendo presente as tensões subjacentes ao desenvolvimento futuro do currículo de que nos fala Young (2010), não podemos esquecer que o conhecimento, embora seja produto das pessoas na história, tem transcendido os contextos em que é desenvolvido.

Ainda segundo Young (2010), há um conjunto de dimensões chave na base de variações na forma de organização do conhecimento no currículo – entre o isolamento de disciplinas e matérias e a sua conetividade; entre o isolamento do conhecimento teórico relativamente ao do quotidiano ou senso comum e a sua integração; entre a assunção de que o conhecimento forma um todo coerente no qual as práticas estão relacionadas de forma sistemática e a de que ele pode ser dividido em elementos separados e reagrupados pelos aprendentes e pelos professores em várias combinações diferentes.

2.3.1 O currículo de matemática do ensino secundário

Segundo o NCTM (2008a) " Um currículo é mais do que um conjunto de atividades: deve ser coerente, incidir numa matemática relevante e ser bem articulado ao longo dos anos de escolaridade", (p.15).

A evolução da matemática e as mudanças sociais levam, periodicamente, à elaboração de novos currículos. Têm mudado não apenas os conteúdos curriculares, mas também o que se entende por currículo. Até à relativamente pouco tempo, um currículo era essencialmente uma listagem de temas a tratar pelo professor. Depois, os currículos começaram a conter objetivos, recomendações metodológicas e sugestões para a avaliação. Atualmente volta a questionar-se o que deve ser um currículo.

Na elaboração do currículo intervêm diversos fatores, uns de modo explícito, outros apenas implicitamente. Um fator essencial é, naturalmente, a própria matemática. Não apenas a7matemática académica mas deve ter também em conta a matemática usada por outras ciências e ramos de atividade humana, incluindo a vida diária e o trabalho das pessoas. Na construção do currículo, tem-se também tirado partido da investigação em educação, nomeadamente à que se refere ao conhecimento e pensamento do professor e à dinâmica do funcionamento da instituição escolar.

Os conhecimentos, interesses, capacidades e valores dos professores de matemática têm de ser tidos em conta na elaboração do currículo desta disciplina. A prática e, principalmente, a reflexão sobre a prática, é uma grande fonte de sabedoria, dando a conhecer o modo de reagir dos alunos aos diferentes tipos de propostas e modos de trabalho (Ponte *et al.*, 1997).

Por último, é preciso considerar o impacto do contexto social no processo de elaboração dos currículos. Em cada época, há forças sociais e valores que se afirmam como importantes e que influenciam, de modo mais ou menos direto, os currículos. As pressões do ensino superior, que pretende que os alunos que recebe tenham uma certa preparação, têm sido, tradicionalmente, um fator com muita influência no currículo.

O programa de matemática A contempla finalidades, objetivos e competências gerais. A subdivisão dos Objetivos e Competências Gerais em Valores/Atitudes, Capacidades/ Aptidões e Conhecimentos é uma caraterística fundamental do programa de Matemática A do Ensino Secundário.

Está organizado por grandes temas. Por um lado, os temas matemáticos têm de ser escolhidos de tal modo que competências fundamentais que a aprendizagem matemática pode favorecer sejam contempladas. Por outro, eles têm de estar ligados a necessidades reais e fornecer instrumentos de compreensão do real com utilidade compreensível imediata. Devem ainda poder ser motor de compreensão da Matemática como um todo em que cada tema se relaciona com outros e em que a aprendizagem de cada assunto beneficia a aprendizagem de outros. Cada assunto, embora desenvolvido mais detalhadamente dentro da lecionação de um tema, deve ser assunto interessante e útil na abordagem dos diversos temas.

No programa, assumem importância significativa os temas transversais – conceitos, técnicas, métodos e estratégias – de que os estudantes se devem apropriar progressivamente ao longo de todo o ensino secundário, a saber:

- Comunicação Matemática
- Aplicações e Modelação Matemática
- História da Matemática
- Lógica e Raciocínio Matemático
- Resolução de Problemas e Atividades Investigativas
- Tecnologia e Matemática

Para o estudo da trigonometria do 12.º ano tem-se como pré-requisitos a trigonometria do 9.º ano e do 11.º ano. Neste nível de ensino, o programa oficial (quadro 6) refere que se pretende que os estudantes resolvam problemas que apelem simultaneamente ao estudo intuitivo apoiado na calculadora gráfica como no cálculo de derivadas, em casos simples.

O programa recorda que as funções trigonométricas são importantes noutras disciplinas como "Física" e "Química", pelo que o estudo destas funções para os estudantes dos respetivos cursos gerais deverá levar em conta este facto. Por isso, é bastante importante haver uma colaboração estreita entre os professores de Matemática e os das outras disciplinas.

A utilização de exemplos concretos dessas disciplinas, a realização de atividades comuns ou a lecionação de algum aspeto numa dessas disciplinas para posterior aprofundamento na disciplina de Matemática são algumas das possibilidades que se oferecem aos professores.

Quadro 6 - Conteúdos de trigonometria do programa de Matemática A em vigor

	Trigonometria	
	Desenvolvimento	**Indicações Metodológicas**
11ºAno	• Resolução de problemas que	No ensino básico, os estudantes tiveram contacto com a semelhança de triângulos e com a trigonometria, logo o

	envolvam triângulos.	professor deve propor, agora, problemas variados, ligados a situações concretas, que permitam recordar e aplicar métodos trigonométricos (problemas ligados a sólidos, a moldes, à navegação, à topografia, históricos,...) bem como aperceberem-se da importância da Trigonometria para as várias Ciências. Os estudantes devem ser solicitados a deduzir as razões trigonométricas em $\pi/6$, $\pi/4$ e $\pi/3$ radianos por se considerar que é importante que se conheçam alguns valores exatos das funções trigonométricas, nomeadamente para que mais tarde possam confirmar pontos do traçado de gráficos de funções trigonométricas. Isto não significa que se trabalhe preferencialmente com estes valores, até porque se usa a calculadora.
	• Ângulo e arco generalizados: – radiano; – expressão geral das amplitudes dos ângulos com os mesmos lados, em graus e radianos. • Funções seno, cosseno e tangente: –definição; – variação (estudo no círculo trigonométrico);	A compreensão do círculo trigonométrico é fundamental. A generalização das noções é intuída e sistematizada a partir de atividades que considerem movimentos circulares pretendendo-se, agora, que, ao resolver problemas, os estudantes recordem os conceitos básicos de trigonometria do ângulo agudo e se enfrentem situações novas em que a generalização das noções de ângulo e arco, bem como das razões trigonométricas, apareçam como necessárias e intuíveis. Pretende-se que os estudantes aprendam os conceitos de função periódica e de funções trigonométricas como modelos matemáticos adequados a responder a problemas. É necessário que se apercebam da diferença em trabalhar por exemplo com sen1 em graus e radianos de modo a ter sempre bem presente em que modo está a calculadora e interpretar convenientemente os resultados.

	– comparação de senos e cossenos de dois números reais. • Expressão geral das amplitudes dos ângulos com o mesmo seno, cosseno ou tangente. Equações trigonométricas elementares.	Recorrendo ao círculo trigonométrico as relações entre as funções circulares de α , $\frac{\pi}{2}-\alpha$, $\frac{\pi}{2}+\alpha$, $\pi-\alpha$, $\pi+\alpha$ e $-\alpha$, aparecem naturalmente aos estudantes mobilizando unicamente a compreensão dos conceitos já adquiridos. Não tem pois sentido que lhes sejam propostos exercícios rotineiros em que estas relações intervenham. Não vale a pena sequer privilegiar estes valores. Podem propor-se bons problemas que lhes permitam desenvolver a aptidão para reconhecer ou analisar propriedades de figuras geométricas. É importante verificar que se mantêm as relações: $sen^2x+\cos^2 x=1$; $tgx=\frac{senx}{\cos x}$; $tg^2x+1=\frac{1}{\cos^2 x}$ que devem ser usadas na determinação de uma função trigonométrica, conhecida outra. Recorrendo à compreensão, sempre ligada à interpretação do círculo trigonométrico, os estudantes desenvolvem a aptidão para mobilizar os conceitos já aprendidos com vista à resolução de condições simples. Assim as técnicas de resolução de equações não passam por listas exaustivas de fórmulas. Os estudantes desenvolvem a sua capacidade de transferir conhecimentos para novas situações (sempre ligadas à compreensão do círculo trigonométrico). Pode ser feita uma breve referência aos gráficos das funções trigonométricas podendo utilizar-se uma atividade de movimento circular que permita, por exemplo, passar do círculo trigonométrico para os pontos (x, senx) do plano cartesiano.
12ºAno	Funções seno,	As propriedades a serem investigadas, recorrendo à

	cosseno, tangente. • Estudo intuitivo com base no círculo trigonométrico, tanto a partir de um gráfico particular, como usando calculadora gráfica ou computador. • Estudo intuitivo de $\lim_{x \to 0} \frac{senx}{x}$ • Derivadas do seno, cosseno e tangente. • Utilização de funções trigonométricas na modelação de situações reais.	calculadora gráfica, são: domínio, contradomínio, período, pontos notáveis, monotonia, continuidade, extremos (relativos e absolutos), simetrias em relação ao eixo dos YY e à origem, assímptotas, limites nos ramos infinitos. Os estudantes podem investigar, tal como o fizeram nas famílias de funções anteriores, qual a influência da mudança de parâmetros na escrita da expressão que define a função (em casos simples e se possível ligados a problemas de modelação). As derivadas do seno e do cosseno podem ser obtidas a partir das fórmulas do seno e do cosseno da soma e de que $\lim_{x \to 0} \frac{senx}{x} = 1$. A modelação com funções trigonométricas pode ser feita tanto usando as capacidades específicas da calculadora gráfica (por exemplo, usando a regressão estatística a partir de dados recolhidos experimentalmente ou numa base de dados) como por análise algébrica da adequação de um modelo fornecido pelo professor.

O Ensino Secundário, que é atualmente parte integrante da escolaridade obrigatória, está vocacionado para a especialização das diferentes áreas e disciplinas do conhecimento e para a sua abordagem em maior grau de profundidade, de acordo com as diferentes vias que podem ser seguidas pelos estudantes.

A Estratégia para o Desenvolvimento de um Currículo Nacional do Ensino Básico e Secundário, agora delineada pelo Ministério da Educação, em que o Projeto das Metas curriculares se integra, visa promover um percurso de coerência, clarificação e operacionalidade dos documentos curriculares que orientam, no plano nacional, as linhas de ação que as escolas e os professores devem desenvolver no quadro da sua autonomia e face às diversidades dos seus contextos específicos. Visa nomeadamente operacionalizar, em termos de resultados de aprendizagem esperados, as competências que devem resultar, para cada ciclo e área ou disciplina, do conhecimento sólido dos respetivos conteúdos, conceitos estruturantes e processos de uso e construção desses conhecimentos. As Metas de Aprendizagem pretendem ser um instrumento de gestão curricular de apoio ao trabalho dos professores, ao explicitar com clareza os resultados da aprendizagem que os alunos devem demonstrar no final de um percurso curricular

A primeira fase do Projeto teve início em janeiro de 2010 e centrou-se na elaboração das Metas de Aprendizagem para a Educação Pré-Escolar e para o Ensino Básico.

O desenvolvimento de Metas de Aprendizagem para o Ensino Secundário será objeto da segunda fase do Projeto Metas de Aprendizagem, aguarda-se a sua divulgação.

2.3.2 Sugestões para a Abordagem Didática da Trigonometria

Tendo em conta o tempo proposto para este tema, seis aulas, e a possibilidade de os estudantes utilizarem a calculadora gráfica, Loureiro *et al.* (2000) coloca a ênfase da exploração da trigonometria na resolução de problemas e na realização de pequenos projetos de modelação, procurando refletir com os estudantes sobre os processos utilizados e sobre a sua importância no mundo atual.

Para além da calculadora gráfica, refere a citada brochura, há dois ambientes de computador propícios à exploração de atividades de modelação que são a folha de cálculo e o programa Modellus.

Também o NCTM (2008a) segundo a visão da matemática escolar proposta pelas normas para a álgebra do ensino secundário, refere que os estudantes deverão ter oportunidades de complementar as suas experiências anteriores, aprofundando a sua compreensão sobre funções periódicas. As experiências algébricas permitem-lhes criar e utilizar representações tabelares, simbólicas, gráficas e verbais para melhor analisarem e compreenderem as funções periódicas. Deverão utilizar ferramentas tecnológicas para representar e estudar o comportamento das mesmas.

> “ Com meios adequados à manipulação simbólica, construção de gráficos e ajustamento de curvas, assim como com software e folhas de cálculo programáveis para representar processos iterativos, os alunos poderão modelar e analisar uma vasta gama de fenómenos. Estas ferramentas matemáticas podem ajudá-los a desenvolver uma compreensão mais profunda sobre fenómenos do mundo real. Simultaneamente, o trabalho em contextos reais poderá auxiliar os alunos a dar sentido aos conceitos matemáticos subjacentes e fomentar a valorização dos mesmos. ” (p. 353)

O NCTM (2008a) sugere várias situações que podem ser modeladas e exploradas recorrendo a diferentes recursos tecnológicos e usando múltiplas formas de representações. De seguida, apresentamos um desses exemplos que pode ser modelado por uma função trigonométrica.

Situação 3: Uma tabela de dados indica o número de minutos diários de luz solar em Chicago, Illinois, entre 1 de Janeiro de 2000 e 30 de Dezembro de 2000, em dias alternados.

551, 553, 555, 557, 559, 562, 565, 568, 571, 575, 579, 582, 586, 591, 595, 599, 604, 609, 614, 619, 624, 629, 634, 639, 644, 650, 655, 661, 666, 672, 677, 683, 689, 694, 700, 706, 711, 717, 723, 728, 734, 740, 745, 751, 757, 762, 768, 773, 779, 785, 790, 796, 801, 806, 812, 817, 822, 827, 832, 837, 842, 847, 852, 856, 861, 865, 870, 874, 878, 881, 885, 889, 892, 895, 898, 901, 903, 905, 907, 909, 911, 912, 913, 914, 914, 914, 914, 914, 914, 913, 912, 911 909, 907, 905, 903, 901, 898, 895, 892, 889, 885, 882, 878, 874, 870, 866, 861, 857, 852, 848, 843, 838, 833, 828, 823, 818, 813, 807, 802, 797, 791, 786, 781, 775, 770, 764, 758, 753, 747, 742, 736, 731, 725, 719, 714, 708, 703, 697, 691, 686, 680, 675, 669, 664, 658, 653, 648, 642, 637, 632, 627, 622, 617, 612, 607, 603, 598, 594, 590, 585, 581, 578, 574, 571, 567, 564, 561, 559, 557, 554, 553, 551, 550, 549, 548, 547, 547, 547, 548, 548, 549, 550

Figura 7 – Situação que pode ser modelada por uma função trigonométrica.

Os estudantes poderão começar por construir um gráfico recorrendo às novas tecnologias. Devem ser capazes de verificar que o aumento diário da duração do período de luz solar não é constante na primeira metade do ano e que a sua diminuição também não é constante na segunda metade do ano. Pode-se pedir aos alunos que descubram uma função que modele adequadamente os dados. O professor poderá dizer-lhes que a duração do período de luz solar pode, de facto, ser modelada por uma função do tipo $T(t) = T_m + T_A(\theta) sen(\varpi\, t + \varphi)$, onde t é o tempo em meses; T_m = tempo de duração média da luz solar = 12 horas; $T_A(\theta)$ = amplitude, depende da latitude θ (muda de sinal no equador); ϖ = frequência = $2\pi/12$; e φ = fase (depende da escolha do tempo inicial, T_0). Os estudantes utilizam estas fórmulas na disciplina de física e precisam de compreender que elas representam modelos de fenómenos físicos.

Uma tabela poderá constituir a forma mais conveniente de representar a função, se o objetivo for a determinação rápida da duração do período de luz solar num dado dia. Contudo, apesar da conveniência de se poder ler diretamente um valor, a tabela pode obscurecer a periodicidade do fenómeno. A periodicidade torna-se visível quando a função é representada gráfica ou simbolicamente.

Atendendo a que, uma atividade de modelação matemática parte normalmente de dados reais e procura representar de algum modo essa realidade através de modelos matemáticos que, por sua vez, permitem estudar e compreender melhor esses fenómenos reais, Loureiro, *et al.* (2000) sugere uma atividade fundamentada do ponto de vista didático, que explora com a folha de cálculo. Apresenta ainda, alguns contributos científicos sobre os conceitos mais significativos da trigonometria do 12.º ano, são eles, o $\lim_{x \to 0} \frac{senx}{x} = 1$ e as derivadas das funções trigonométricas seno, cosseno e tangente.

O limite de $\frac{sen\, \mathrm{x}}{\mathrm{x}}$.

Se x representa a medida de um ângulo em radianos, a função real de variável real $f(x) = \frac{sen\, \mathrm{x}}{\mathrm{x}}$ está definida para todo o $\mathrm{x} \neq 0$, e torna-se no símbolo de indeterminação $\frac{0}{0}$ para x = 0 , mas esta indeterminação pode ser levantada. Uma tabela de funções trigonométricas, ou uma calculadora, permite obter alguns valores de f(x) para x "pequeno" (não nulo). Tais tabelas têm entradas normalmente expressas em graus mas, como se sabe, a medida x em radianos está relacionada com a medida y em graus pela fórmula

$$x = \frac{\pi}{180} \times y \approx 0{,}01745y$$

onde o valor à direita é correcto até à 5ª casa decimal. A consulta a uma tal tabela fornece os seguintes valores aproximados nas 3ª e 4ª colunas, corretos até à 4ª casa decimal:

Amplitude, y, do ângulo em graus	Amplitude, x, do ângulo em radianos	$sen\ x$	$\frac{sen\ x}{x}$
10º	0,1745	0,1736	0,9948
5º	0,0873	0,0872	0,9988
2º	0,0349	0,0349	1,0000
1º	0,0175	0,0175	1,0000

Tabela 1 – Tabela com alguns valores de $\frac{sen\ x}{x}$

Parece, assim, que $\frac{sen\ x}{x}$ se aproxima de 1 quando x se aproxima de 0. Mostramos que, de facto,

(1) $$\boxed{\lim_{x \to 0} \frac{senx}{x} = 1}$$

Recorremos ao círculo trigonométrico (figura 5).

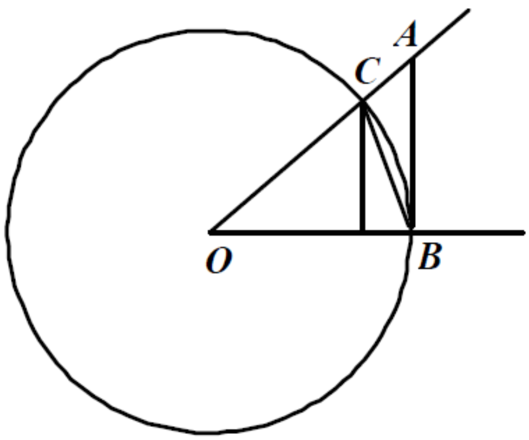

Figura 5 – O círculo trigonométrico

Se x é a medida em radianos do $\angle$BOC tem-se, para $0 < x < \frac{\pi}{2}$,

área do ΔOBC = $\frac{1}{2} x\, 1\, x\ sen$ x ,

área do sector circular OBC = $\frac{1}{2}x$, [3]

área do ΔOBA = $\frac{1}{2} x\, 1\, x\ tg$ x

mas estas três áreas estão por ordem crescente, donde $sen\ x < x < tg\ x$ e, dividindo por sen x , obtemos

$$1 < \frac{x}{sen\ x} < \frac{1}{\cos x},$$

Ou seja

(2) $$\cos x < \frac{\text{sen x}}{\text{x}} < 1.$$

Ora

$$1 - \cos x = (1 - \cos x) \times \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x} = \frac{1 - \cos^2 x}{1 + \cos x} = \frac{sen^2 x}{1 + \cos x} < sen^2 x.$$

Como 0 < sen x < x , isto mostra que

(3) $$1 - \cos x < x^2\ ,$$

ou seja que

(4) $$1 - x^2 < \cos x$$

Tomando (2) em consideração, obtemos finalmente

(5) $$1 - x^2 < \frac{sen\ x}{x} < 1.$$

[3] A medida x em radianos do ângulo $\angle BOC$ é igual ao dobro da área A do sector circular BOC , pois esta área está para a área do círculo unitário (raio = 1) como o comprimento do arco BC (digamos, no sentido anti-horário) está para o perímetro da circunferência: $\frac{A}{\pi} = \frac{x}{2\pi}$, donde $x = 2A$.

Temos feito os cálculos na suposição de que $0 < x < \frac{\pi}{2}$, mas as desigualdades (5) também são válidas à esquerda de 0, isto é, para $-\frac{\pi}{2} < x < 0$, pois

$$\frac{sen(-x)}{-x} = \frac{-sen\ \mathrm{x}}{\text{-}\mathrm{x}} = \frac{sen\ \mathrm{x}}{\mathrm{x}} \quad \text{e} \quad (-x)^2 = x^2 .$$

De (5) resulta imediatamente que $\frac{sen\ \mathrm{x}}{\mathrm{x}} \to 1$ quando $x \to 0$. De facto, de (5) conclui-se que a diferença entre $\frac{sen\ \mathrm{x}}{\mathrm{x}}$ e 1 é menor do que x^2, que por sua vez é menor do qualquer número real positivo δ dado, desde que $|x| < \varepsilon = \sqrt{\delta}$.

Observe-se que, de (3), também se pode concluir que

(6) $$\boxed{\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos \mathrm{x}}{x} = 0}$$

pois $\cos \mathrm{x} = \cos(\text{-x})$.

Derivadas das funções trigonométricas

Loureiro, *et al.* (2000) refere que para derivar as funções trigonométricas seno, cosseno e tangente se deve aplicar a definição de derivada de f(x) num ponto ao arbítrio x como limite da razão incremental $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ quando $h \to 0$ (por valores diferentes de 0).

Começando pela função seno. Pela fórmula do seno da soma sabe-se que:

(7) $$sen(x \pm h) = sen\ x \cos h \pm \cos x\ sen\ h ,$$

donde

(8) $$\frac{sen(x+h) - sen\ x}{h} = \cos x\left(\frac{sen\ h}{h}\right) + sen\ x\left(\frac{\cos \mathrm{h} - 1}{\mathrm{h}}\right)$$

Ora, fazendo $h \to 0$ tem-se, pelos resultados (1) e (6), que $\frac{sen\,\mathrm{h}}{\mathrm{h}} \to 1$ e $\frac{\cos \mathrm{h} - 1}{\mathrm{h}} \to 0$ quando $h \to 0$, respetivamente, donde resulta que $\frac{sen(x+h) - sen\,\mathrm{x}}{\mathrm{h}}$ tende para $\cos \mathrm{x}$ quando $h \to 0$. Em conclusão,

(9) $$\boxed{D sen\,\mathrm{x} = \frac{\mathrm{d(sen\ x)}}{\mathrm{dx}} = (sen\,x)' = \cos \mathrm{x}}.$$

Procedimento análogo, mas utilizando a fórmula do coseno de uma soma

(10) $$\cos(x \pm h) = \cos x \cos h \mp \mathrm{sen}\,x\,sen\,h,$$

permite concluir que

$$\frac{\cos(x+h) - \cos x}{h} = \cos x\left(\frac{\cos h - 1}{h}\right) - sen\,x\left(\frac{\mathrm{sen\ h}}{\mathrm{h}}\right),$$

que tende para $-sen\,\mathrm{x}$ quando $h \to 0$ (por valores diferentes de 0), logo

(11) $$\boxed{D\cos \mathrm{x} = \frac{\mathrm{d(cos\ x)}}{\mathrm{dx}} = (\cos x)' = -sen\,\mathrm{x}}$$

Outra maneira mais simples de obter este resultado utiliza, todavia, a regra de derivação das funções compostas, ou regra de derivação em cadeia, e a observação de que

$$\cos \mathrm{x} = \mathrm{sen}\left(\mathrm{x} + \frac{\pi}{2}\right).$$

Pondo $u = x + \frac{\pi}{2}$ tem-se, pela referida regra,

$$\frac{d(\cos \mathrm{x})}{\mathrm{dx}} = \frac{d(sen\,\mathrm{x})}{\mathrm{dx}} \times \frac{du}{dx} = (\cos \mathrm{u}) \times 1 = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -sen\,x.$$

Para derivar a função tangente, observamos que $tg\,x = \frac{sen\,x}{\cos x}$ (para $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi,\ \ \mathrm{k\ inteiro}$) e utilizamos a regra de derivação de um quociente:

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{sen\,x}{\cos x}\right)=\frac{\cos x \cos x-(sen\,x)(-sen\,x)}{\cos^2 x}=\frac{\cos^2 x+sen^2 x}{\cos^2 x}=\frac{1}{\cos^2 x}.$$

Em conclusão:

(12) $$\boxed{D(tg\ x)=\frac{d(tg\ x)}{dx}=(tg\ \mathrm{x})'=\frac{1}{\cos^2 x}}$$

Exemplo de aplicação

Um balão (B) sobe no ar, a partir de um ponto P . Um observador (O) a 80m de distância vê o balão a subir, fazendo um ângulo θ que aumenta à taxa de $\frac{1}{8} rad / segundo$.

Determinar a taxa de variação da altura do balão quando (a) $\theta=\frac{\pi}{4}$; (b) $sen\theta=\frac{1}{5}$.

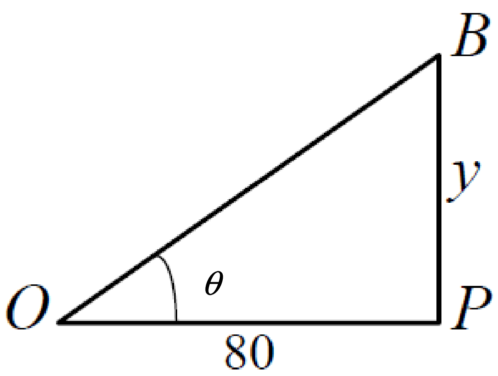

Figura 6 – O balão que sobe

Na figura 6, y é a distância do balão ao solo e, de acordo com os dados do problema,

$\left.\frac{d\theta}{dt}\right|_{\theta=\pi/4}=\frac{dy}{dx}(\pi/4)=\frac{1}{8}$. Como tgθ = y / 80, vem y = 80tgθ .

Queremos encontrar a taxa de crescimento de y , isto é, $\frac{dy}{dt}$ (onde t é o tempo) para dois valores particulares de θ . Tem-se

$$\frac{dy}{dt} = 80\frac{d(tg\theta)}{dt} = 80\left(1 + tg^2\theta\right)\frac{d\theta}{dt},$$

que, para $\theta = \frac{\pi}{4}$, toma o valor

$$\left.\frac{d\theta}{dt}\right|_{\theta=\pi/4} = \frac{dy}{dx}\left(\pi/4\right) = 80\times(1 + tg^2\frac{\pi}{4})\times\frac{1}{8} = 10\times(1+1) = 20.$$

A resposta da alínea (a) é 20 m/s.

Para (b), tem-se $sen^2\theta = \frac{1}{25}$, donde $\cos^2\theta = 1 - sen^2\theta = \frac{24}{25}$ e

$tg^2\theta = \frac{sen^2\theta}{\cos^2\theta} = \frac{1/25}{24/25} = \frac{1}{24}$, logo

$$\left.\frac{dy}{dt}\right|_{sen\theta=1/20} = 80\times(1 + \frac{1}{24})\times\frac{1}{20} = \frac{4\times 25}{24} = \frac{100}{24}.$$

A resposta à alínea (b) é $\frac{100}{24}$ m/s.

2.3.3 Tarefas matemáticas

A análise que vamos realizar dos manuais inclui a análise das tarefas matemáticas propostas ao estudante para aplicação dos conceitos matemáticos ensinados.

A importância decisiva das tarefas para a aprendizagem dos alunos é uma ideia central da educação matemática atual (NCTM, 2008a; Stein, Remillard e Smith, 2007). Sabemos que faz toda a diferença propor aos alunos exercícios de aplicação de conhecimentos, problemas que requerem um esforço deliberado de compreensão e a formulação de uma estratégia de resolução, tarefas exploratórias e de investigação que requerem interpretação e formulação de questões, ou projetos de longa duração que envolvem a elaboração de um plano, recolha de dados, sua análise e interpretação.

As tarefas matemáticas podem ser: problemas, investigações, exercícios, projetos, construções, aplicações, produções orais, relatórios, ensaios escritos, etc. Elas são o ponto de partida para que o estudante desenvolva a sua atividade matemática. As tarefas devem despertar curiosidade e entusiasmo, fazendo apelo aos seus conhecimentos prévios e intuições para aplicação de conhecimentos emergentes.

A tarefa pode apontar para diversas estruturas ou conceitos matemáticos. Mas estes, estritamente falando, não se encontram na tarefa. O estudante tem de os interpretar e nessa interpretação intervêm sempre fatores de natureza psicológica, cultural e sociológica. As tarefas propostas devem ter em conta as caraterísticas dos estudantes, os seus interesses e a sua forma de aprendizagem da Matemática.

Uma tarefa envolve sempre uma dada situação de aprendizagem e aponta para um certo conteúdo matemático. A situação de aprendizagem constitui o referente de significados da vida quotidiana ou do domínio da Matemática a que a tarefa se refere, no quadro da cultura do aluno.

O conteúdo matemático diz respeito aos aspetos matemáticos envolvidos (factos, conceitos, processos, ideias), no quadro do currículo correspondente. Tanto a situação de aprendizagem como o conteúdo matemático devem apontar de modo sugestivo para conceitos e processos e proporcionar ao aluno uma boa oportunidade de se envolver em atividade matemática.

Ponte (2005b) distingue as tarefas pelo grau de estrutura e pelo grau de desafio matemático que estas geram. O grau de desafio matemático varia entre o pólo de desafio reduzido e o pólo de desafio elevado. O grau de estrutura varia entre o pólo aberta e o fechado, assumindo-se como tarefa fechada a que mostra previamente os passos a seguir pelo aluno e o que é pedido é claramente dado. A tarefa aberta é considerada a que suporta um grau de indeterminação acentuado no que é dado, pedido ou em ambas. Cruzando estas duas dimensões, obtemos:

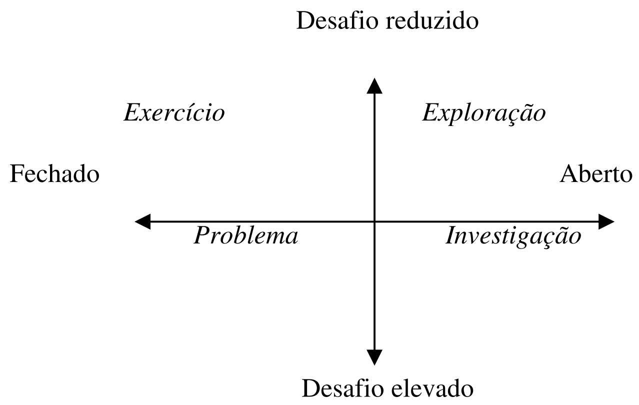

Figura 8 - Relação entre tarefas, grau de desafio e de abertura
(retirado de Ponte 2005b, p.17)

Com base no esquema anterior, classificamos como exercício a tarefa fechada e de desafio reduzido, situando-se no segundo quadrante, como problema a tarefa fechada mas de desafio elevado, estando situada no terceiro quadrante, como investigação a tarefa que tem um elevado grau de desafio e é aberta, situada no quarto quadrante. No primeiro quadrante temos tarefas relativamente abertas e fáceis, as tarefas de exploração.

Entre as tarefas de exploração e as de investigação a diferença está no grau de desafio. Se o aluno puder começar a trabalhar desde logo, sem muito planeamento, estaremos perante uma tarefa de exploração. Caso contrário, será talvez melhor falar em tarefa de investigação.

Stein, Remillard, e Smith (2007), pelo seu lado, categorizam as tarefas em dois grandes grupos: com elevado e reduzido nível cognitivo. Chamam a atenção que, por vezes, uma tarefa é proposta a um nível cognitivo elevado mas, depois, com o decorrer do trabalho, muitas vezes devido a uma sugestão ou esclarecimento do professor, o nível cognitivo varia abruptamente, mudando completamente a natureza da tarefa e comprometendo os seus possíveis benefícios em termos de aprendizagem. Também McDonough e Clarke (2003), a partir de um estudo de professores reconhecidos pelos resultados dos seus alunos, propõem uma caraterização das práticas profissionais, em que as tarefas (incluindo os materiais e representações) surgem como um aspeto fundamental.

No programa de matemática A do ensino secundário existem também várias referências que sublinham a importância das tarefas a selecionar pelo professor para a sala de aula, "as quais deverão contribuir para o desenvolvimento do pensamento científico, levando o estudante a intuir, conjeturar, experimentar, provar, avaliar…" (Silva *et al*, 2001, p.10).

Os programas do ensino secundário referem-se explicitamente à resolução de problemas, atividades investigativas e, de forma recorrente, às aplicações e modelação matemática, justificando-se pela sua potencialidade de tornar visível que "o papel da matemática como instrumento de modelação da realidade é incontornável" (Silva *et al.*, 2001, p. 11).

Assim, hoje em dia parece ser consensual o reconhecimento da enorme importância da tarefa como base das experiências matemáticas a proporcionar aos estudantes, a vantagem da diversificação de tarefas que possibilite uma diversidade de experiências matemáticas, e a necessidade da sua adequação aos propósitos de ensino definidos pelo professor.

No seu trabalho de preparação letiva, o professor tem como uma das suas principais funções selecionar as tarefas que pretende levar para a sua sala de aula. Até há uns anos, esta seleção constituía um trabalho muito menos complexo do que atualmente. Por um lado, hoje em dia são inúmeros os mediadores curriculares que proporcionam ao professor um amplíssimo leque de tarefas (Stein & Kim 2009), às quais o acesso é facilitado por via da internet. Por outro lado, as tarefas devem procurar contribuir para dar cumprimento às exigências curriculares atualmente defendidas, pelo que precisam de ser criteriosamente escolhidas consoante a sua orientação para propósitos específicos diferentes.

Apesar de a tarefa só por si não dizer tudo, ela encerra muito daquilo que os estudantes podem aprender e é reconhecido que as tarefas, pelas suas caraterísticas próprias, ocasionam diferentes oportunidades para a aprendizagem dos alunos (Boston & Smith, 2009).

Por exemplo, se se pretende desenvolver a capacidade de raciocinar e resolver problemas dos estudantes, é necessário investir em tarefas com elevado nível de complexidade cognitiva (Stein & Lane, 1996; Stein & Smith, 2009). A análise das caraterísticas das tarefas é, pois, um aspeto essencial para a sua seleção.

O manual deve ter tarefas ricas e diversificadas, de forma a que os estudantes tenham uma aprendizagem permanente e que a possam aplicar posteriormente em situações novas. Os estudantes deverão experimentar diversos tipos de tarefas com grau de dificuldade crescente, a fim destes irem ao encontro de um crescimento do conhecimento cognitivo.

2.3.4 Competências matemáticas

A finalidade do manual escolar é a de "desenvolver competências do estudante e não a simples transmissão de conhecimentos" (Santo, 2006, p. 107).

A competência Matemática define-se como " a habilidade de entender, julgar, fazer e usar matemática numa grande variedade de situações e contextos nos quais a matemática desempenha, ou poderia desempenhar um papel importante" (Niss, 2003; Catalá, 2007).

Segundo Roldão (2008), o currículo escolar só tem razão de ser se com ele se pretendem desenvolver novas competências nos estudantes. Não se pode entender o currículo como apenas um conjunto de conteúdos, a que correspondem um conjunto de conhecimentos inertes que se esquecem.

No programa de Matemática A, do ensino secundário, encontramos "objetivos e competências gerais", organizados numa tabela de três colunas, que explicita (1) Valores/atitudes; (2) Capacidades/Aptidões; (3) Conhecimentos. É uma tabela que inclui o termo "competências" no seu título. No entanto, esta introdução não tem nenhuma outra consequência formal, já que não existe um ponto que procure esclarecer sobre as competências a desenvolver neste nível de ensino.

De seguida indicamos sucintamente as competências descritas por Niss, baseando-nos essencialmente no seu trabalho para o projeto KOM[4] (Niss e Jensen, 2002), que tinha como um dos objetivos identificar as competências matemáticas que se devem desenvolver com os alunos nos diferentes níveis do sistema de ensino.

1. Pensamento matemático.

Esta competência, que no PISA[5] é designada por «Pensar e Raciocinar», envolve colocar questões típicas da matemática (desde as mais básicas como «Existem...?», «Se sim, quantos...», até questões consideradas de um nível superior «Como os descobrimos...?») e conhecer o tipo de respostas que a matemática oferece para estas questões, mas não necessariamente as respostas em si.

Esta competência inclui ser capaz de reconhecer, compreender e saber lidar com as limitações e a abrangência de conceitos matemáticos; estender a abrangência de um conceito, abstraindo algumas das suas propriedades e generalizando resultados a classes maiores de objetos. Envolve, ainda, ser capaz de distinguir entre diferentes tipos de afirmações matemáticas (definições, teoremas, conjeturas, casos especiais, hipóteses, exemplos, proposições do tipo «se … então», afirmações quantificadas).

2. Resolução de problemas – formular e resolver problemas matemáticos.

Esta competência envolve em parte ser capaz de identificar, formular e definir diferentes tipos de problemas matemáticos (da matemática pura, da matemática aplicada, problemas abertos – open-ended problems – assim como fechados) e ser capaz de resolver esses problemas, eventualmente utilizando diferentes estratégias.

Para Niss um problema matemático é um determinado tipo de questão matemática em que é necessário investigar para a resolver. Niss nunca refere o que entende por investigar, embora refira que uma questão que possa ser respondida utilizando algumas operações

[4] KOM - "Kompetencer Og Matematiklæring", dinamarquês para "Competências e Aprendizagem de Matemática", projeto dirigido por Morgens Niss. (Mais informação está disponível em http://imfufa.ruc.dk/kom.

[5] Pisa - Programme for International Student Assessment, O estudo PISA foi lançado pela OCDE (Organização para o Desenvolvimento e Cooperação Económico), em 1997. Os resultados obtidos nesse estudo permitem monitorizar, de uma forma regular, os sistemas educativos em termos do desempenho dos alunos, no contexto de um enquadramento conceptual aceite internacionalmente.

pode ser vista como um problema, desde que as destrezas envolvidas na sua resolução não sejam rotineiras. A sua noção de problema não é absoluta, uma vez que considera como ponto de referência do que é um problema o indivíduo, ou seja, o que é rotineiro para uma pessoa pode não ser para outra.

3. Modelação – ser capaz de analisar e construir modelos matemáticos.

Esta competência envolve, a um nível mais elementar, ser capaz de analisar as bases e propriedades de modelos existentes, incluindo avaliar a sua abrangência e validade, assim como, a capacidade de descodificar (desmatematizar) modelos existentes, ou seja, ser capaz de traduzir e interpretar modelos em termos da realidade ou situação.

Envolve, ainda, ser capaz de construir um modelo numa dada situação, ou seja: matematizar e aplicá-lo a situações para além da própria matemática. Niss discute os diferentes elementos da construção de modelos: a capacidade de estruturar a situação a modelar; e de matematizá-la (traduzir os objetos, relações, problemas, etc. através de termos matemáticos resultando no próprio modelo). O aluno deve ser capaz de trabalhar com o modelo resultante, que inclui resolver os problemas a que os modelos dão origem, assim como validar o modelo, avaliando-o quer internamente (relativamente às propriedades matemáticas do modelo) quer externamente (relativamente à situação modelada).

Os alunos deverão ter a capacidade de analisar criticamente o modelo, tanto quanto à sua utilidade como à sua relevância, e ainda relativamente a outros modelos alternativos, assim como comunicar acerca do modelo e dos seus resultados.

Finalmente, inclui ser capaz de monitorizar e controlar o processo de modelação.

4. Raciocinar matematicamente.

Esta competência, que no PISA é designada por «Argumentar», consiste na capacidade de seguir e avaliar raciocínios matemáticos (ou seja, cadeias de argumentos matemáticos enunciadas por outras pessoas), como suporte para uma afirmação. Esta competência diz, especialmente, respeito ao conhecimento e compreensão do que são provas matemáticas e de como estas diferem de outras formas de raciocínio matemático, como por exemplo, raciocínios baseados em intuições ou em casos particulares; também diz respeito à compreensão de quando um raciocínio matemático constitui realmente uma prova e quando não constitui. Esta competência inclui a compreensão da lógica subjacente a um contraexemplo.

Inclui, ainda, ser capaz de desvendar as ideias básicas de uma prova matemática, incluindo distinguir entre as ideias principais e os detalhes ou técnicas.

Finalmente, consiste na capacidade de criar e levar a cabo argumentos matemáticos informais e formais (baseados na intuição) e transformar raciocínios heurísticos em demonstrações válidas.

5. Representar – ser capaz de lidar com diferentes representações de entidades matemáticas.

Esta competência consiste em ser capaz de compreender (ou seja, descodificar e interpretar e distinguir entre) e utilizar formas diferentes de representar objetos, fenómenos, problemas ou situações (incluindo simbólicas, em especial as algébricas, visuais, geométricas, gráficas, tabelares ou verbais, ou representações concretas através de objetos materiais).

Envolve compreender as relações recíprocas entre diferentes formas de representação da mesma entidade, assim como saber as suas limitações e «forças», incluindo a perca e o ganho de informação; e ainda escolher entre diferentes tipos de representações e passar de uma forma de representação para outra, de acordo com a situação ou fenómeno e da sua intenção.

6. Simbolismo e formalismo – ser capaz de lidar com a linguagem simbólica e formal.

Esta competência compreende, ser capaz de interpretar e descodificar a linguagem simbólica e formal; traduzir da linguagem simbólica para a linguagem corrente e vice-versa e ser capaz de manipular e utilizar afirmações contendo símbolos e expressões, incluindo fórmulas, compreendendo a natureza das «regras» dos sistemas matemáticos formais (semântica e sintaxe).

Esta competência difere da anterior uma vez que aqui, além do significado dos símbolos, está subjacente a forma como estes são utilizados, as suas regras de utilização.

7. Comunicação – ser capaz de comunicar dentro, com e acerca da matemática.
Esta competência consiste em ser capaz de estudar e interpretar expressões ou «textos» escritos, visuais, ou orais de outras pessoas, tal como quando os alunos descodificam e interpretam os textos de manuais de matemática. Também envolve saber expressar-se de várias formas, a diferentes níveis de precisão teóricos e técnicos sobre assuntos que tenham conteúdos matemáticos, oralmente, por escrito ou visualmente, para diferentes tipos de audiências.

8. Recursos e ferramentas – ser capaz de utilizar recursos e ferramentas da matemática (incluindo a informação tecnológica).
Esta competência consiste em saber da existência e das propriedades de vários recursos e ferramentas que podem apoiar a atividade matemática, conhecer as suas limitações e possibilidades em diferentes contextos.

Niss refere diversos instrumentos, desde as calculadoras, os ábacos, o compasso, a régua, os computadores e diferentes tipos de programas computacionais.

O manual escolar deve ser um recurso didático promotor do desenvolvimento de competências matemáticas.

CAPÍTULO 3

Enquadramento Metodológico do Estudo

3.1 Abordagem qualitativa

Atendendo às nossas questões de investigação a metodologia utilizada é de natureza qualitativa.

Segundo Bogdan & Biklen (1994), a investigação qualitativa carateriza-se pela análise de dados ricos em pormenores descritivos, que não se reduzem apenas a números, a interpretação é uma das suas ferramentas essenciais.

De acordo com Silverman (2001), podemos agrupar as técnicas de recolha de dados usadas em investigações qualitativas em: (i) observação, (ii) análise de textos e documentos, (iii) entrevistas, e (iv) análise de gravações e transcrições. Uma vez que o objeto de estudo é o manual escolar, esta investigação usa análise documental. Este tipo de análise deve ter em conta três aspetos importantes: a escolha do material a analisar, o acesso a esse material e a análise de dados.

3.2 Objetos de análise

Para tentarmos dar resposta às nossas questões analisámos, os seis manuais escolares de matemática A do 12.º ano de escolaridade, em vigor no ano letivo 2012-2013. Através da consulta do site www.wook.pt, foi possível verificar quais os manuais adotados em cada escola de Portugal continental, e dos arquipélagos da Madeira e dos Açores.

Deste modo, contabilizámos o número de escolas que adotou cada um dos manuais no referido ano letivo. Em anexo, apresenta-se o resultado dessa consulta.

O quadro 7 mostra que o mais usado é o “ Novo Espaço” da Porto Editora, seguindo-se o “Matemática A 12.º ano” da mesma editora, o “Xeqmat 12” da Texto Editora, o “Ípsilon 12” da mesma editora, o “Matemática A 12” da Asa Editores e por último o “Matemática A 12.º ano” da Santillana.

Quadro 7 – Manuais do 12.º ano adotados em Portugal continental e nos arquipélagos da Madeira e dos Açores

		Editora	Título	Autores
1.º	A	Porto Editora	Novo Espaço – Matemática A	Belmiro Costa, Ermelinda Rodrigues
2.º	B	Porto Editora	Matemática A – 12º ano	Maria Augusta Ferreira Neves
3.º	C	Texto Editora	Xeqmat 12 – Matemática A	Cristina Viegas, Yolanda Lima, Francelino Gomes
4.º	D	Texto Editora	Ípsilon 12 – Matemática A	Carlos Andrade, Pedro Pimenta, Paula Pinto Pereira, Cristina Viegas
5.º	E	Asa Editores	Matemática A12	Luzia Gomes, Daniela Raposo
6.º	F	Santillana	Matemática A 12º ano	Emanuel Martinho, Cristina Negra

Ao longo deste trabalho utilizaremos as letras A, B, C, D, E e F para nos referirmos aos manuais.

3.3 Componentes e fases da investigação

A realização de um trabalho desta natureza, atende a várias fases, pelo que se torna necessário que seja elaborada uma planificação do mesmo. Este estudo decorre entre setembro de 2012 e junho de 2013 e compreende três grandes fases. A primeira fase engloba a escolha do tema (outubro 2012) e a revisão de literatura de suporte à fundamentação teórica do estudo, bem como à construção dos instrumentos de recolha de dados (de outubro 2012 a novembro 2012). Na segunda fase procedeu-se à contrução de uma grelha de análise de manuais escolares, à elaboração dos descritores da referida grelha (de dezembro de 2012 a fevereiro de 2013) e à recolha de dados com o preenchimento da grelha para cada um dos manuais (de fevereiro de 2013 a março de 2013). Por último, a terceira fase diz respeito à análise e discussão dos dados (de março de 2013 a abril 2013) e respetivas conclusões (de maio 2013 a junho 2013).

3.4 Grelha de análise dos manuais escolares

A grelha de análise dos apontamentos de alunos de uma turma, usada por Lourdes Ordóñez Cañada[6] na sua tese de doutoramento (Ordóñez, 2011), serviu de base para o nosso trabalho. Esta grelha foi por nós adaptada para a análise de manuais escolares, tendo em conta o esquema desenvolvido por Godino (2002; 2011), as diretrizes curriculares e a especificidade da trigonometria. Assim, na análise a efetuar, distinguiremos as seguintes categorias de entidades primárias: situações, linguagem, conceitos, proposições, procedimentos e argumentações.

De seguida, são apresentados os descritores de cada uma das seis categorias da grelha de análise, bem como das suas subcategorias.

1. Situações, de acordo com o tipo de situação de ensino que se utiliza. Podem ser as seguintes:

1.1 Tipo de situações que se usam para introduzir/ motivar para a trigonometria: uso de uma situação da própria matemática, uso de uma situação de outras ciências ou uso de uma situação da vida real. Analisa-se se apresenta uma proposta de resolução ou não.

1.2 Exemplos que se utilizam para facilitar a compreensão do discurso matemático. Analisa-se: o lugar onde se incluem (antes ou depois da definição formal), o que se pretende com eles, se a resolução é completa ou incompleta e como (de modo formal ou intuitivo).

[6] Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación. Universidad de Jaén, España.

1.3 Tarefas que o autor propõe ao estudante para aplicação dos conceitos matemáticos ensinados. As tarefas classificam-se atendendo às subcategorias:

- Conhecimentos prévios: tarefas destinadas a rever conceitos da trigonometria do 11.º ano, que se consideram necessários para a trigonometria do 12.º ano.
- Conhecimentos emergentes:

  1) Representação gráfica de funções: destinado ao desenvolvimento de destreza na representação gráfica de funções.

  2) Cálculo algorítmico: destinado ao desenvolvimento de destreza algorítmica e aplicação das regras expostas.

  3) Exploração com ou sem recurso à calculadora: destinada a que o leitor selecione e utilize as ferramentas mais adequadas para a sua resolução e cujo objetivo é despertar o interesse e desenvolver um raciocínio, usando conhecimentos já adquiridos.

  4) Aplicação de uma definição: para clarificar ou interpretar uma definição.

  5) Aplicação de propriedades: para interpretação e clarificação da mesma.

  6) Conjeturar e argumentar: destinado a prever um determinado resultado e apresentar um discurso lógico que o sustente.

  7) Prova: argumentação que justifica a validade de uma proposição ou um procedimento. A prática discursiva pode incluir elementos empíricos, indutivos, lógico-dedutivos,...

  8) Modelação de situações da vida real: contextualizada numa situação vivida pelo leitor. Nesta subcategoria, apenas são contabilizadas as situações em que o estudante tem de descobrir a expressão analítica.

2. Linguagem, que pode ser do tipo: algébrica, numérica ou gráfica.

3. Conceitos, introduzidos mediante uma definição, tais como: funções seno, cosseno e tangente, e período de uma função. Analisaremos se há uma única definição e se esta é formal ou intuitiva.

4. Proposições: enunciados sobre conceitos tais como período positivo mínimo de uma função, $\lim_{x \to 0} \frac{sen\, x}{x}$, derivadas do seno, cosseno e tangente. Vamos analisar a forma como se expõem estas propriedades, tendo em conta as seguintes subcategorias:

4.1 Se a exposição que é feita das propriedades é formal ou intuitiva.

4.2 Se se provam , justificam ou só se expõem.

4.3 Se se utilizam ou só se expõem mas sem mais referência.

5. Procedimentos. Os procedimentos utilizados para resolver as atividades. Distinguimos:

5.1 Se se empregam vários procedimentos para resolver as situações ou somente um em cada caso.

5.2 Se os procedimentos que se utilizam são justificados ou simplesmente se expõem como métodos rotineiros.

5.3 Se utiliza as novas tecnologias (calculadora gráfica, computador, sensores,...).

6. Argumentações. Mostram o tipo de argumentações utilizadas no desenvolvimento. Distinguimos:

6.1 Se utiliza uma prática discursiva para convencer da validade de determinadas propriedades ou proposições, baseada na linguagem natural, gráfica,...

6.2 Tipo de prova (empírica, indutiva, lógico-dedutiva, contraexemplos, equivalências,...).

No quadro 8 apresentamos a grelha que utilizaremos para efetuar a análise dos seis manuais escolares do 12.º ano relativamente ao tema Trigonometria.

Quadro 8 - Grelha de análise de manuais escolares

Categorias	Subcategorias		Análise do manual
1. Situações	1.1. Introdução/motivação		
	1.2. Exemplos (tarefas resolvidas)		
	1.3. Tarefas (que o autor propõe ao aluno)	Conhecimentos prévios	
		Conhecimentos emergentes	1 - Representação gráfica de funções 2 - Cálculo algorítmico 3 - Exploração 4 - Aplicação da definição 5 - Aplicação de uma propriedade 6 - Conjeturar e argumentar 7 - Prova 8 - Modelação de situações da vida real
2. Linguagem			
3. Conceitos			
4. Proposições	4.1 Tipo de exposição.		
	4.2 Se se prova ou não.		
	4.3 Se se utilizam ou só se expõem sem mais referência.		
5. Procedimentos	5.1 Se utiliza diversas abordagens.		
	5.2 Justificam-se ou não.		
	5.3 Se utiliza as novas tecnologias.		
6. Argumentações	6.1 Se utiliza uma prática discursiva para convencer da validade de determinadas propriedades ou proposições, baseada na linguagem natural, gráfica, ...		
	6.2 Tipo de prova usada.		

CAPÍTULO 4

Tratamento de dados

A análise de dados é um processo que envolve a ordenação, identificação de padrões e a categorização dos dados. Uma das formas mais usuais de análise de material documental é a análise de conteúdo, que incide em material que não foi criado para fins de investigação, estando já elaborado antes desta se iniciar como acontece no presente estudo.

Bardin (2004) refere que podemos distinguir três fases de análise de conteúdo. A primeira é a pré-análise, onde é definido um esquema de trabalho com procedimentos bem precisos, embora flexíveis. Na segunda fase, a exploração, colocam-se em prática as decisões tomadas na fase anterior. A última fase é o tratamento de dados, que implica tornar os resultados brutos em resultados significativos e válidos.

4.1. Recolha de dados dos manuais escolares

Começamos por proceder à análise do tema trigonometria nos manuais do 12.º ano de matemática A, em vigor no ano letivo 2012/2013, tendo em conta as categorias da grelha de análise de manuais por nós adotada.

Para cada manual A, B, C, D, E e F fez-se a análise das seis categorias de entidades primárias: 1. Situações (como se introduz/motiva para a trigonometria, exemplos apresentados pelo autor, tipo das tarefas que o autor propõe ao estudante (se envolvem conhecimentos prévios ou emergentes), tendo-se contabilizado o número de itens de cada tipo, de acordo com os descritores apresentados no capítulo 3 referente ao enquadramento metodológico do estudo; 2. Tipo de linguagem utilizada; 3. Conceitos apresentados; 4. Como são expostas as Proposições; 5. Procedimentos utilizados e 6. Tipo de argumentações usadas.

O manual A introduz as funções trigonométricas com um exemplo da sua aplicação no estudo de sons emitidos por instrumentos musicais. Apresenta uma primeira tarefa, que não resolve, para rever as propriedades da função seno, uma segunda tarefa para rever as propriedades da função cosseno e uma terceira tarefa para a função tangente. Nas margens do manual apresenta tarefas diversificadas de aplicação dos conteúdos da trigonometria do 11.º ano. Apresenta uma quarta tarefa para introduzir o estudo das famílias de funções trigonométricas do tipo $y = \text{sen}\ (ax + b)$, $a \neq 0$, define função periódica e faz a dedução da fórmula do período positivo mínimo de uma função trigonométrica deste tipo. Apresenta as tarefas 5 e 6 para alargar o estudo às famílias de funções $y = a+b\ \cos(cx+d)$. Apresenta uma explicação dos procedimentos para efetuar modelação sinusoidal com a calculadora TI-Nspire.

Faz uma breve referência histórica a Joseph Fourier e ao seu contributo para o estudo das funções periódicas. Apresenta uma tarefa de aplicação das funções periódicas ligada à física .

Faz o estudo intuitivo do $\lim\limits_{x \to 0} \frac{sen\ \mathrm{x}}{\mathrm{x}}$ e apresenta alguns exemplos resolvidos e outros por resolver. Recorda a fórmula para o desenvolvimento do cosseno da diferença de dois ângulos e apresenta dois exemplos resolvidos da sua aplicação. As restantes fórmulas trigonométricas da diferença e da soma de dois ângulos e da duplicação do ângulo aparecem como exercício de prova para o estudante, inseridas na tarefa seguinte.

Demonstra as regras de derivação das funções seno, cosseno e tangente, apresentando alguns exemplos resolvidos da sua aplicação.

Para além dos exercícios nas margens do manual, apresenta tarefas ricas e diversificadas, quer nos conteúdos abordados, quer no grau de dificuldade dos diferentes itens que constituem cada tarefa. Apresenta um teste de avaliação (sem cotações) e doze páginas de exercícios de escolha múltipla e de desenvolvimento.

Este manual faz-se acompanhar de um caderno prático com questões, exclusivamente de resposta aberta. Este caderno não foi alvo da nossa análise.

No quadro 9 apresenta-se a recolha de dados realizada no manual A.

Quadro 9 – Grelha de análise do manual A

<table>
<tr><th>Categorias</th><th colspan="2">Subcategorias</th><th>Análise do manual A</th></tr>
<tr><td rowspan="4">1. Situações</td><td colspan="2">1.1 Introdução/motivação</td><td>• Pequena nota histórica focada no contributo de um matemático.
• Utiliza um problema da vida quotidiana para ilustrar a aplicação das funções trigonométricas aos sons emitidos por instrumentos musicais.</td></tr>
<tr><td colspan="2">1.2 Exemplos
(tarefas resolvidas)</td><td>• Incluem-se depois do desenvolvimento teórico.
• Ilustram a apresentação correta do texto escrito, com estratégias e modelos de resolução das tarefas.
• São apresentados de forma completa.
• Resolução formal.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1.3 Tarefas
(que o autor propõe ao estudante)</td><td>Conhecimentos prévios</td><td>Trigonometria do 9.ºano e do 11.ºano: 97</td></tr>
<tr><td>Conhecimentos emergentes</td><td>1- Representação gráfica de funções: 0
2 - Cálculo algorítmico : 68
3 - Exploração: 7
4 - Aplicação da definição: 20
5 - Aplicação de uma propriedade: 89
6 - Conjeturar e argumentar: 3
7 - Prova: 63
8 - Modelação de situações da vida real:2</td></tr>
<tr><td colspan="3">2. Linguagem</td><td>Linguagem verbal, algébrica, numérica, gráfica e geométrica, relacionando de forma sistemática os aspetos algébricos, numéricos e gráficos.
Utiliza a linguagem lógico-formal apenas no contexto de enunciado de propriedades (quantificadores, implicações, equivalências,...).</td></tr>
<tr><td colspan="3">3. Conceitos</td><td>O período de uma função é apresentado de modo único e formal.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">4. Proposições</td><td colspan="2">4.1 Tipo de exposição.</td><td>A exposição é na sua maioria formal, com exceção do limite notável $\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$, que é intuitiva.</td></tr>
<tr><td colspan="2">4.2 Se se prova ou não.</td><td>Estudo intuitivo das propriedades das funções trigonométricas.
O limite notável é justificado de forma intuitiva.</td></tr>
</table>

		Prova as regras de derivação. As fórmulas trigonométricas da soma e da diferença de dois ângulos e da duplicação do ângulo só se expõem.
	4.3 Se se utilizam ou só se expõem sem mais referência.	Aplicação através de exemplos após o enunciado.
5. **Procedimentos**	5.1 Se utiliza diversas abordagens.	Vários procedimentos para resolver a mesma situação, embora predomine o analítico.
	5.2 Justificam-se ou não.	Justificam os procedimentos que propõem.
	5.3 Se utiliza as novas tecnologias.	Exploração com a calculadora gráfica para ajudar a resolver as questões.
6. **Argumentações**	6.1 Se utiliza uma prática discursiva para convencer da validade de determinadas propriedades ou proposições, baseada na linguagem natural, gráfica,...	Apresenta um discurso em linguagem natural para convencer o leitor de determinadas propriedades ou proposições, partindo de exemplos concretos para a generalização.
	6.2 Tipo de prova usada.	Utiliza a prova por vezes com apoio gráfico e não apenas os métodos sintético ou analítico.

O manual B começa por definir etimologicamente trigonometria como sendo o estudo das medidas dos triângulos. Lança um breve olhar sobre a história focado no contributo de Euclides, Tales e Ptolomeu. Apresenta uma actividade inicial, que não resolve, dando inicio ao estudo intuitivo das funções trigonométricas seno, cosseno e tangente. Revê a resolução de equações trigonométricas e apresenta alguns exercícios nas margens para o estudante resolver. Demonstra as fórmulas do seno, cosseno e tangente da soma e da diferença de dois ângulos apresentando, sem demonstrar, as razões trigonométricas do ângulo duplo. Exibe três exemplos de aplicação das mesmas, algumas atividades de aplicação para o estudante resolver, o resumo dos conteúdos abordados e um teste de avaliação com cotações.

Para levar o leitor a concluir que $\lim\limits_{x \to 0} \frac{sen\,\mathrm{x}}{\mathrm{x}} = 1$, propõe uma atividade inicial, que não resolve, apresenta alguns exemplos resolvidos e sugere outros por resolver.

Demonstra as regras de derivação das funções seno, cosseno e tangente. Apresenta exercícios de aplicação das regras de derivação uns resolvidos e outros para o estudante resolver e ainda, sete problemas resolvidos de aplicação das derivadas ao estudo da monotonia e do sentido das concavidades dos gráficos das funções seno, cosseno e tangente, além de bastantes atividades de aplicação dos conteúdos abordados. Faz um resumo dos conteúdos abordados e propõe um segundo teste de avaliação com a mesma estrutura do anterior.

Dos manuais analisados é o único que não refere a propriedade do período positivo mínimo das funções trigonométricas. Este manual faz-se acompanhar de um caderno de fichas com questões de resposta fechada e de resposta aberta. Este caderno não foi alvo da nossa análise.

No quadro 10 apresenta-se a recolha de dados realizada no manual B.

Quadro 10 – Grelha de análise do manual B

<table>
<tr><th>Categorias</th><th colspan="2">Subcategorias</th><th>Análise do manual B</th></tr>
<tr><td rowspan="3">1. Situações</td><td colspan="2">1.1. Introdução/motivação</td><td>• Pequena nota histórica focada no contributo de Euclides, Tales e Ptolomeu.
• Atividade inicial com a calculadora gráfica de uma situação da própria matemática, que não resolve.</td></tr>
<tr><td colspan="2">1.2. Exemplos
(tarefas resolvidas)</td><td>• Incluem-se depois do desenvolvimento teórico.
• Ilustram a apresentação correta do texto escrito, com estratégias e modelos de resolução das tarefas.
• São apresentados de forma completa.
• Resolução formal.</td></tr>
<tr><td></td><td>Conhecimentos prévios</td><td>Trigonometria do 9.ºano e do 11.ºano: 27</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="8"></td><td rowspan="8">1.3. Tarefas (que o autor propõe ao aluno)</td><td rowspan="8">Conhecimentos emergentes</td><td>1- Representação gráfica de funções: 0</td></tr>
<tr><td>2 - Cálculo algorítmico: 100</td></tr>
<tr><td>3 - Exploração: 9</td></tr>
<tr><td>4 - Aplicação da definição: 5</td></tr>
<tr><td>5 - Aplicação de uma propriedade: 60</td></tr>
<tr><td>6 - Conjeturar e argumentar: 3</td></tr>
<tr><td>7 - Prova: 42</td></tr>
<tr><td>8 - Modelação de situações da vida real: 2</td></tr>
<tr><td colspan="3">2. Linguagem</td><td>Linguagem verbal, algébrica, numérica, gráfica e geométrica, relacionando de forma sistemática os aspetos algébricos, numéricos e gráficos.
Utiliza a linguagem lógico-formal apenas no contexto de enunciado de propriedades (quantificadores, implicações, equivalências,...).</td></tr>
<tr><td colspan="3">3. Conceitos</td><td>O período de uma função é apresentado de modo único e formal.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">4. Proposições</td><td colspan="2">4.1 Tipo de exposição.</td><td>A exposição é na sua maioria formal, com exceção do limite notável $\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$, que é intuitiva.</td></tr>
<tr><td colspan="2">4.2 Se se prova ou não.</td><td>Estudo intuitivo das propriedades das funções trigonométricas.
O limite notável é justificado de forma intuitiva.
Prova as fórmulas trigonométricas da soma e da diferença de dois ângulos e as regras de derivação.</td></tr>
<tr><td colspan="2">4.3 Se se utilizam ou só se expõem sem mais referência.</td><td>Aplicação através de exemplos após o enunciado.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">5. Procedimentos</td><td colspan="2">5.1 Se utiliza diversas abordagens.</td><td>Vários procedimentos para resolver a mesma situação, embora predomine o analítico.</td></tr>
<tr><td colspan="2">5.2 Justificam-se ou não.</td><td>Expõem-se como métodos rotineiros.</td></tr>
<tr><td colspan="2">5.3 Se utiliza as novas tecnologias.</td><td>Exploração com a calculadora gráfica para ajudar a resolver as questões.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">6. Argumentações</td><td colspan="2">6.1 Se utiliza uma prática discursiva para convencer da validade de determinadas propriedades ou proposições, baseada na linguagem natural, gráfica,...</td><td>Apresenta um discurso em linguagem natural para convencer o leitor de determinadas propriedades ou proposições, partindo de exemplos concretos para a generalização.</td></tr>
<tr><td colspan="2">6.2 Tipo de prova usada.</td><td>Utiliza os métodos sintético ou analítico.</td></tr>
</table>

O manual C introduz a trigonometria com uma atividade, de modelação matemática, proposta em Loureiro *et al.* (2000). De seguida, faz uma revisão dos conteúdos do 11.º ano: razões trigonométricas num triângulo retângulo, ângulos de sentido positivo e de sentido negativo, ângulo e arco generalizado, nova definição de seno, de cosseno e tangente, relações entre o seno, o cosseno e a tangente de um ângulo, o radiano, relações entre senos, cossenos e tangentes de ângulos complementares, suplementares, simétricos, que diferem de π e de $\frac{\pi}{2}$ e cuja soma ou diferença é de $\frac{3\pi}{2}$ e equações trigonométricas.

Vai apresentando exemplos de tarefas que resolve e sugerindo variadas tarefas para o aluno resolver. Introduz um teste de avaliação com cinco itens de resposta fechada e cinco itens de resposta aberta.

De seguida, introduz os conhecimentos emergentes começando pela definição de função periódica, representação gráfica das funções seno, cosseno , tangente e suas propriedades, estudo da família de funções periódicas $y = a + b\ \mathrm{sen}(cx + d)$ e $y = a + b \cos(cx + d)$, para b e c não nulos, as fórmulas trigonométricas do seno, cosseno e tangente da soma e da diferença de dois ângulos e da duplicação do ângulo. Apresenta aplicações das fórmulas (que resolve) e sugere tarefas para o estudante resolver. Introduz um segundo teste de avaliação com cinco itens de resposta fechada e cinco itens de resposta aberta.

Faz o estudo intuitivo do $\lim\limits_{x \to 0} \frac{sen\ \mathrm{x}}{\mathrm{x}}$ e apresenta alguns exemplos, de aplicação do limite notável, resolvidos e outros por resolver. Demonstra as regras de derivação das funções seno, cosseno e tangente. Apresenta dez tarefas resolvidas de aplicação das derivadas ao estudo da monotonia e do sentido das concavidades dos gráficos das funções seno, cosseno e tangente, além de bastantes tarefas para o estudante resolver. Apresenta um terceiro teste de avaliação com a mesma estrutura dos anteriores.

À medida que vai apresentando novos conteúdos dá sugestões de trabalho com tarefas do final de capítulo, orientando assim o trabalho do estudante.

No final do tema, trigonometria, faz uma síntese das funções trigonométricas e apresenta dez páginas de tarefas propostas. Uma vez terminado o capítulo "Trigonometria e números complexos" apresenta três atividades de investigação com recurso à calculadora gráfica e sugere que se efetue a recolha dos dados com um sensor de luz. Apresenta algumas curiosidades sobre trigonometria. É o único manual que apresenta algumas considerações sobre os diferentes métodos de prova matemática, exibindo ao longo da exposição dos conteúdos alguns exemplos de aplicação de diferentes métodos: sintético, analítico e de indução matemática.

O manual analisado, faz-se acompanhar de um caderno de exercícios com questões resolvidas, questões de resposta fechada e de resposta aberta para o estudante resolver. Este caderno não foi alvo da nossa análise.

No quadro 11 apresenta-se a recolha de dados realizada no manual C.

Quadro 11 – Grelha de análise do manual C

<table>
<tr><th>Categorias</th><th colspan="2">Subcategorias</th><th>Análise do manual C</th></tr>
<tr><td rowspan="4">1. Situações</td><td colspan="2">1.1. Introdução/motivação</td><td>• Não apresenta nenhuma nota histórica.
• Introdução com uma situação da vida real para exploração com a calculadora.</td></tr>
<tr><td colspan="2">1.2. Exemplos
(tarefas resolvidas)</td><td>• Incluem-se depois do desenvolvimento teórico.
• Ilustram a apresentação correta do texto escrito, com estratégias e modelos de resolução das tarefas.
• São apresentados de forma completa.
• Resolução formal.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1.3. Tarefas
(que o autor propõe ao aluno)</td><td>Conhecimentos prévios</td><td>Trigonometria do 9.ºano e do 11.ºano: 81</td></tr>
<tr><td>Conhecimentos emergentes</td><td>1- Representação gráfica de funções: 8
2 –Cálculo algorítmico: 139
3 – Exploração:6
4 - Aplicação da definição: 32
5 - Aplicação de uma propriedade: 124
6 - Conjeturar e argumentar: 6
7 - Prova: 65
8 - Modelação de situações da vida real: 7</td></tr>
</table>

2. **Linguagem**		Linguagem verbal, algébrica, numérica, gráfica e geométrica, relacionando de forma sistemática os aspetos algébricos, numéricos e gráficos. Utiliza a linguagem lógico-formal apenas no contexto de enunciado de propriedades (quantificadores, implicações, equivalências,...).
3. **Conceitos**		O período de uma função é apresentado de modo único e formal.
4. **Proposições**	4.1 Tipo de exposição.	A exposição é na sua maioria formal, com exceção do limite notável $\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$, que é intuitiva.
	4.2 Se se prova ou não.	Estudo intuitivo das propriedades das funções trigonométricas. O limite notável é justificado de forma intuitiva. Prova as regras de derivação, as fórmulas do $sen(\alpha - \beta)$, $\cos(\alpha + \beta)$ e $tg(\alpha \pm \beta)$. Só se expõem as fórmulas do $sen(\alpha + \beta)$, $\cos(\alpha - \beta)$, $sen(2\alpha)$, $\cos(2\alpha)$ e $tg(2\alpha)$
	4.3 Se se utilizam ou só se expõem sem mais referência.	Aplicação através de exemplos após o enunciado.
5. **Procedimentos**	5.1 Se utiliza diversas abordagens.	Vários procedimentos para resolver a mesma situação, embora predomine o analítico.
	5.2 Justificam-se ou não.	Justificam os procedimentos que propõem.
	5.3 Se utiliza as novas tecnologias.	Exploração com a calculadora gráfica para ajudar a resolver as questões. Utiliza sensores de luz.
6. **Argumentações**	6.1 Se utiliza uma prática discursiva para convencer da validade de determinadas propriedades ou proposições, baseada na linguagem natural, gráfica,...	Apresenta um discurso em linguagem natural para convencer o leitor de determinadas propriedades ou proposições, partindo de exemplos concretos para a generalização.
	6.2 Tipo de prova usada.	Utiliza os métodos sintético, analítico ou de indução matemática.

O manual D introduz a trigonometria com uma tarefa que não resolve. De seguida, faz uma síntese de conhecimentos pré-adquiridos: razões trigonométricas de um ângulo agudo, relações entre razões trigonométricas de um mesmo ângulo, sistema circular - o radiano, razões trigonométricas de ângulos notáveis, circulo trigonométrico, redução ao primeiro quadrante e equações trigonométricas. Define função periódica e faz o estudo das propriedades dos gráficos das funções seno, cosseno e tangente. Apresenta vários exercícios resolvidos. Introduz pequenas referências históricas focadas no contributo de Euler, Fourier e Roger Cotes para a trigonometria.

Faz o estudo das famílias de funções periódicas y= a+ b sen(cx + d) e y= a+b cos(cx + d), com b e c não nulos. Apresenta dois exercicios resolvidos um da matemática pura e outro em contexto real, ligado ao estudo das marés. Apresenta um teste cumulativo de avaliação com cinco questões de resposta fechada e quatro de resposta aberta (dá orientações de resolução do mesmo).

Faz o estudo intuitivo do $\lim_{x\to 0}\frac{sen\,\mathrm{x}}{\mathrm{x}}$ e apresenta alguns exemplos resolvidos e outros por resolver. Demonstra a fórmula do seno da diferença de dois ângulos e deixa como exercício a dedução de todas as outras, que apenas expõe. Demonstra as regras de derivação das funções seno, cosseno e tangente. Apresenta três tarefas resolvidas de aplicação das derivadas ao estudo da monotonia e do sentido das concavidades dos gráficos das funções seno, cosseno e tangente, além de bastantes tarefas para o estudante resolver. Apresenta um segundo teste global de avaliação com a mesma estrutura do anterior. Faz uma síntese dos conteúdos abordados e apresenta doze páginas de problemas globais.

À medida que vai apresentando novos conteúdos dá sugestões de trabalho com tarefas do final de capítulo, orientando assim o trabalho do estudante e remete para um site de apoio ao estudante. Oferece um formulário/súmula com os conteúdos de todas as matérias.
Faz-se acompanhar por um caderno de exercícios e problemas contendo itens de seleção e de construção e ainda quatro testes. Este caderno não foi alvo da nossa análise.

No quadro 12 apresenta-se a recolha de dados realizada no manual D.

Quadro 12 – Grelha de análise do manual D

<table>
<tr><th>Categorias</th><th colspan="2">Subcategorias</th><th>Análise do manual D</th></tr>
<tr><td rowspan="5">1. Situações</td><td colspan="2">1.1. Introdução/motivação</td><td>• Tarefa introdutória usando uma situação da própria matemática.
• Pequena nota histórica focada no contributo de Euler, Fourier e Roger Cotes para a trigonometria.</td></tr>
<tr><td colspan="2">1.2. Exemplos
(tarefas resolvidas)</td><td>• Incluem-se depois do desenvolvimento teórico.
• Ilustram a apresentação correta do texto escrito, com estratégias e modelos de resolução das tarefas.
• São apresentados de forma completa.
• Resolução formal.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1.3. Tarefas
(que o autor propõe ao aluno)</td><td>Conhecimentos prévios</td><td>Trigonometria do 9.ºano e do 11.ºano: 100</td></tr>
<tr><td>Conhecimentos emergentes</td><td>1- Representação gráfica de funções: 1
2 –Cálculo algorítmico: 81
3 – Exploração: 8
4 - Aplicação da definição: 14
5 - Aplicação de uma propriedade: 53
6 - Conjeturas e argumentar: 10
7 - Prova: 16
8 - Modelação de situações da vida real: 1</td></tr>
<tr><td colspan="3">2. Linguagem</td><td>Linguagem verbal, algébrica, numérica, gráfica e geométrica, relacionando de forma sistemática os aspetos algébricos, numéricos e gráficos.
Utiliza a linguagem lógico-formal apenas no contexto de enunciado de propriedades (quantificadores, implicações, equivalências,...).</td></tr>
<tr><td colspan="3">3. Conceitos</td><td>O período de uma função é apresentado de modo único e formal.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">4. Proposições</td><td colspan="2">4.1 Tipo de exposição.</td><td>A exposição é na sua maioria formal, com exceção do limite notável $\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$, que é intuitiva.</td></tr>
<tr><td colspan="2">4.2 Se se prova ou não.</td><td>Estudo intuitivo das propriedades das funções trigonométricas.
O limite notável é justificado de forma intuitiva.
Prova as regras de derivação e a fórmula trigonométrica do $sen(\alpha - \beta)$.
As restantes fórmulas trigonométricas da</td></tr>
</table>

		soma e da diferença de dois ângulos e da duplicação do ângulo só se expõem.
	4.3 Se se utilizam ou só se expõem sem mais referência.	Aplicação através de exemplos após o enunciado.
5. **Procedimentos**	5.1 Se utiliza diversas abordagens.	Vários procedimentos para resolver a mesma situação, embora predomine o analítico.
	5.2 Justificam-se ou não.	Justificam os procedimentos que propõem.
	5.3 Se utiliza as novas tecnologias.	Exploração com a calculadora gráfica para ajudar a resolver as questões. Utiliza o computador para aceder à internet.
6. **Argumentações**	6.1 Se utiliza uma prática discursiva para convencer da validade de determinadas propriedades ou proposições, baseada na linguagem natural, gráfica,...	Apresenta um discurso em linguagem natural para convencer o leitor de determinadas propriedades ou proposições, partindo de exemplos concretos para a generalização.
	6.2 Tipo de prova usada.	Utiliza os métodos sintético ou analítico.

O manual E não apresenta qualquer referência histórica na introdução nem nenhum exemplo de motivação, começando logo com uma síntese de conhecimentos prévios: razões trigonométricas de um ângulo agudo num triângulo retângulo; círculo trigonométrico; seno, cosseno e tangente de um ângulo no círculo trigonométrico; relações entre o seno, cosseno e tangente de um ângulo; radiano e o sistema circular, valores exatos de razões trigonométricas; redução ao primeiro quadrante e equações trigonométricas.

Relativamente aos conhecimentos emergentes, começa por definir função periódica, faz o estudo das propriedades dos gráficos das funções seno, cosseno e tangente, analisa as transformações da função seno e as funções trigonométricas como modelos de fenómenos reais. Apresenta várias tarefas resolvidas.

Demonstra as fórmulas do seno, cosseno e tangente da soma e da diferença de dois ângulos. Faz o estudo intuitivo do $\lim_{x \to 0} \frac{sen\,\mathrm{x}}{\mathrm{x}}$ e apresenta alguns exemplos de aplicação do limite notável resolvidos. Demonstra as regras de derivação das funções seno, cosseno e tangente. Apresenta tarefas resolvidas de aplicação das derivadas ao estudo da monotonia e do sentido das concavidades dos gráficos das funções trigonométricas, além de bastantes tarefas para o estudante resolver. Faz o estudo analítico de duas funções trigonométricas.

No final do tema apresenta oito páginas de tarefas ricas e diversificadas. Estas tarefas estão assinalados com diferentes cores de acordo com o seu grau de dificuldade. À medida que vai apresentando novos conteúdos dá sugestões de trabalho com tarefas do final de capítulo, orientando assim o trabalho do estudante. O manual faz-se acompanhar de um caderno de testes contendo sete testes cumulativos e dois testes globais. Este caderno não é alvo da nossa análise.
No quadro 13 apresenta-se a recolha de dados realizada no manual E.

Quadro 13 – Grelha de análise do manual E

Categorias	Subcategorias		Análise do manual E
1. **Situações**	1.1. Introdução/motivação		• Não apresenta qualquer referência histórica na introdução • Não apresenta nenhum exemplo de motivação, começando logo com a exposição dos conteúdos.
	1.2. Exemplos (tarefas resolvidas)		• Incluem-se depois do desenvolvimento teórico. • Ilustram a apresentação correta do texto escrito, com estratégias e modelos de resolução das tarefas. • São apresentados de forma completa. • Resolução formal.
	1.3. Tarefas (que o autor propõe ao aluno)	Conhecimentos prévios	Trigonometria do 9.ºano e do 11.ºano: 42
		Conhecimentos emergentes	1- Representação gráfica de funções: 0 2 –Cálculo algorítmico: 44 3 – Exploração:10 4 - Aplicação da definição: 7 5 - Aplicação de uma propriedade: 72 6 - Conjeturar e argumentar: 0 7 - Prova: 24 8 - Modelação de situações da vida real: 1

2. **Linguagem**		Linguagem verbal, algébrica, numérica, gráfica e geométrica, relacionando de forma sistemática os aspetos algébricos, numéricos e gráficos. Utiliza a linguagem lógico-formal apenas no contexto de enunciado de propriedades (quantificadores, implicações, equivalências,...).
3. **Conceitos**		O período de uma função é apresentado de modo único e formal.
4. **Proposições**	4.1 Tipo de exposição.	A exposição é na sua maioria formal, com exceção do limite notável $\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$, que é intuitiva.
	4.2 Se se prova ou não.	Estudo intuitivo das propriedades das funções trigonométricas. O limite notável éjustificado de forma intuitiva. Prova as regras de derivação, as fórmulas trigonométricas da soma e da diferença de dois ângulos e as da duplicação do ângulo.
	4.3 Se se utilizam ou só se expõem sem mais referência.	Aplicação através de exemplos após o enunciado.
5. **Procedimentos**	5.1 Se utiliza diversas abordagens.	Vários procedimentos para resolver a mesma situação, embora predomine o analítico.
	5.2 Justificam-se ou não.	Justificam os procedimentos que propõem.
	5.3 Se utiliza as novas tecnologias.	Exploração com a calculadora gráfica para ajudar a resolver as questões.
6. **Argumentações**	6.1 Se utiliza uma prática discursiva para convencer da validade de determinadas propriedades ou proposições, baseada na linguagem natural, gráfica,...	Apresenta um discurso em linguagem natural para convencer o leitor de determinadas propriedades ou proposições, partindo de exemplos concretos para a generalização.
	6.2 Tipo de prova usada.	Utiliza os métodos sintético ou analítico.

O manual F introduz a trigonometria com uma tarefa da própria matemática que não resolve. De seguida, faz uma revisão dos conteúdos do 11.º ano: relações entre as razões trigonométricas de ângulos e estudo das propriedades das funções seno, cosseno e tangente. Vai apresentando exemplos de tarefas que resolve e sugerindo variadas tarefas para o aluno resolver.

Faz o estudo intuitivo do $\lim_{x \to 0} \frac{sen\ x}{x}$ e apresenta alguns exemplos resolvidos e outros por resolver. Prova as fórmulas trigonométricas do seno e do cosseno da diferença de dois ângulos e da tangente da soma de dois ângulos. As restantes fórmulas trigonométricas deixa-as como tarefa para o aluno provar.

Demonstra as regras de derivação das funções seno, cosseno e tangente. Apresenta uma tarefa resolvida de aplicação das derivadas ao estudo da monotonia do gráfico da função seno, além de bastantes tarefas para o estudante resolver.

O manual F no final do tema possui duas páginas de exercícios de escolha múltipla e três de resposta aberta e ainda um teste de avaliação que contém grelha de cotações, o que permite que o estudante tome consciência da sua progressão nos conteúdos. Para cada questão do teste, remete o estudante para as páginas do manual que o poderão ajudar a esclarecer as suas dúvidas. Apresenta uma síntese dos vários conteúdos, o que permite aos estudantes sistematizar as suas aprendizagens e proceder a uma autoavaliação dos seus conhecimentos.

Faz-se acompanhar por um caderno de atividades contendo questões de escolha múltipla e questões de resposta aberta e ainda por um "caderno de preparação para o exame nacional", contendo o mesmo tipo de questões, no entanto, estas questões são retiradas dos exames e dos testes intermédios dos últimos anos. Apresenta propostas de resolução destes últimos. Estes dois cadernos não foram alvo da nossa análise.

No quadro 14 apresenta-se a recolha de dados realizada no manual F.

Quadro 14 – Grelha de análise do manual F

Categorias	Subcategorias	Análise do manual F
1. **Situações**	1.1. Introdução/motivação	• Não apresenta nenhuma nota histórica. • Como atividade inicial apresenta uma tarefa da própria matemática que não resolve.

	1.2. Exemplos (tarefas resolvidas)		• Incluem-se depois do desenvolvimento teórico. • Ilustram a apresentação correta do texto escrito, com estratégias e modelos de resolução das tarefas. • São apresentados de forma completa. • Resolução formal.
	1.3. Tarefas (que o autor propõe ao aluno)	Conhecimentos prévios	Trigonometria do 9.ºano e do 11.ºano: 33
		Conhecimentos emergentes	1- Representação gráfica de funções: 2 2 - Cálculo algorítmico: 56 3 - Exploração: 5 4 - Aplicação da definição: 13 5 - Aplicação de uma propriedade: 50 6 - Conjeturar e argumentar: 0 7 - Prova: 36 8 - Modelação de situações da vida real: 5
2. **Linguagem**			Linguagem verbal, algébrica, numérica, gráfica e geométrica, relacionando de forma sistemática os aspetos algébricos, numéricos e gráficos. Utiliza a linguagem lógico-formal apenas no contexto de enunciado de propriedades (quantificadores, implicações, equivalências,...).
3. **Conceitos**			O período de uma função é apresentado de modo único e formal.
4. **Proposições**	4.1 Tipo de exposição.		A exposição é na sua maioria formal, com exceção do limite notável $\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$, que é intuitiva.
	4.2 Se se prova ou não.		Estudo intuitivo das propriedades das funções trigonométricas. O limite notável é justificado de forma intuitiva. Prova as regras de derivação e as fórmulas trigonométricas do $sen(a-b)$, $\cos(a-b)$ e $tg(a+b)$. As restantes fórmulas trigonométricas só se expõem.
	4.3 Se se utilizam ou só se expõem sem mais referência.		Aplicação através de exemplos após o enunciado.
5. **Procedimentos**	5.1 Se utiliza diversas abordagens.		Vários procedimentos para resolver a mesma situação, embora predomine o analítico.
	5.2 Justificam-se ou não.		Justificam os procedimentos que propõem.

	5.3 Se utiliza as novas tecnologias.	Exploração com a calculadora gráfica para ajudar a resolver as questões.
6. **Argumentações**	6.1 Se utiliza uma prática discursiva para convencer da validade de determinadas propriedades ou proposições, baseada na linguagem natural, gráfica,...	Apresenta um discurso em linguagem natural para convencer o leitor de determinadas propriedades ou proposições, partindo de exemplos concretos para a generalização.
	6.2 Tipo de prova usada.	Utiliza os métodos sintético ou analítico.

Nos quadros anteriores, analisamos para cada um dos manuais escolares a linguagem, situações, conceitos, proposições, procedimentos e argumentações. Estes seis tipos de objetos articulam-se formando configurações epistémicas (figura 9) cuja análise nos dá informação da "anatomia do texto matemático" dos manuais.

Situações

-Problemas de introdução e de aplicação contextualizados.
-Exemplos (exemplificam as definições).
-Problemas de aplicação descontextualizados (da matemática pura) - de prova ou de aplicação de procedimentos.

Motivam

Resolvem

Linguagem Matemática

-Verbal
função, variável, área, perímetro,...

-Simbólica
$A(\alpha)$, $P(\alpha)$, $\overline{AB}$, $\alpha \in [0, \pi[$,...

-Algébrica
$f(x) = \cos x$

-Geométrica
círculo trigonometrico...

-Gráfica
gráficos cartesianos...

-Tabelar
(apresentam-se funções mediante tabelas)

Expressa e suporta

Regulam a utilização

REGRAS

Conceitos (Definições)

Prévios
-Função seno, cosseno e tangente.
-Derivada de uma função num ponto.
-Função, domínio, contradomínio, função injetiva, continuidade,...

Emergentes
-Período de uma função.

Procedimentos/ Técnicas de demonstração

Prévios
-Resolver problemas envolvendo triângulos.
-Aplicar fórmulas trigonométricas.
-Reduzir ao primeiro quadrante.
-Resolver equações trigonométricas elementares.
-Determinar domínio, contradomínio, zeros e extremos.

Emergentes
-Determinar o período positivo mínimo de uma função.
-Investigar a influência de parâmetros em famílias de funções trigonométricas e reconhecer as suas consequências gráficas.
-Determinar limites.
-Derivar funções trigonométricas.
-Estudar a monotonia e extremos, concavidade e pontos de inflexão usando derivadas.
-Aplicar o teorema de Bolzano.
-Realizar demonstrações dedutivas.

Proposições / Propriedades / Teoremas

Prévias
-Círculo trigonométrico.
- $sen^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$; $tg^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$; $tg\alpha = \frac{sen\alpha}{\cos\alpha}$.
-Propriedades dos gráficos das funções trigonométricas.
-Transformações dos gráficos de funções.
-Fórmula do $\cos(\alpha - \beta)$; Teorema de Bolzano.
-Equação da reta tangente num ponto.

Emergentes
-Fórmula do período.
- $\lim_{x \to 0} \frac{senx}{x} = 1$; $\lim_{x \to +\infty} \frac{senx}{x} = 0$; $\lim_{x \to -\infty} \frac{senx}{x} = 0$.
-Fórmulas trigonométricas:
$\cos(\alpha + \beta), \text{sen}(\alpha \pm \beta), \text{tg}(\alpha \pm \beta); \text{sen}(2\alpha); \cos(2\alpha); \text{tg}(2\alpha)$.
-Regras de derivação das funções trigonométricas.

Justificam

Argumentos

-Justificação visual de propriedades envolvendo limites;
-Demonstrações dedutivas;
-Exemplificação da técnica a seguir;
-Explicações (para facilitar a compreensão)

Figura 9 – Configuração epistémica das funções trigonométricas

Nos manuais escolares, objeto da nossa análise, a abordagem ao tema da trigonometria segue a estrutura seguinte: i) problemas introdutórios contextualizados; ii) desenvolvimento dos conteúdos relativos à trigonometria com tarefas de aplicação imediata e iii) tarefas de consolidação propostas no fim do tema. A única exceção é o manual E que não apresenta qualquer referência histórica nem nenhuma tarefa de motivação começando logo com a exposição dos conteúdos prévios.

4.2 Análise das situações propostas nos manuais escolares

Para dar resposta à primeira questão de investigação: "Que tipo de situações matemáticas são propostas, nos manuais escolares, no âmbito da trigonometria do 12.º ano?", começamos por fazer uma análise das situações de introdução/ motivação.

Relativamente à forma como os autores introduzem a trigonometria, os manuais A, B, C e D apresentam uma tarefa introdutória, que exploram, alusiva à vida real no caso dos manuais A e C e que é uma situação da própria matemática nos casos B e D. O manual F apresenta uma tarefa introdutória da própria matemática, que não resolve. O manual E não apresenta nenhum exemplo de motivação, começando logo pela exploração dos conteúdos.

Os manuais A, B e D apresentam uma pequena nota histórica focada no contributo de algum matemático para a trigonometria. Os restantes manuais não apresentam qualquer referência histórica.

Em todos os manuais há a preocupação de apresentar exemplos (tarefas resolvidas), depois do desenvolvimento teórico, para facilitar a compreensão do discurso matemático. Apresentam uma resolução completa e formal.

Ao nível das tarefas que o autor propõe ao estudante para aplicação dos conceitos matemáticos ensinados, todos os manuais têm a preocupação de rever conhecimentos prévios.

Relativamente às tarefas que visam os conhecimentos emergentes, distinguimos se são de representação gráfica, cálculo algorítmico, exploração, aplicação de uma definição, aplicação de propriedade, conjeturar e argumentar, prova e modelação de situações da vida real.

Assim, começamos por contar o número de tarefas envolvendo conhecimentos prévios e dentro dos emergentes quisemos saber qual o número de tarefas envolvendo a representação gráfica de funções, cálculo algorítmico, exploração, aplicação da definição, aplicação de propriedade, conjeturar e argumentar, prova e modelação de situações da vida real. De seguida, calculamos o número total de tarefas propostas por cada manual. Os dados recolhidos estão registados na tabela 2.

Através da análise da última linha da referida tabela podemos concluir que o manual C é o que apresenta um maior número de tarefas (468), seguido dos manuais A (349), D (284) e B (248). Os manuais E e F apresentam um menor número de tarefas (200), menos de metade do C.

Tabela 2 – Quantidade de tarefas propostas por cada um dos manuais escolares

	A	B	C	D	E	F
Conhecimentos prévios	97	27	81	100	42	33
Representação gráfica de funções	0	0	8	1	0	2
Cálculo algorítmico	68	100	139	81	44	56
Exploração	7	9	6	8	10	5
Aplicação da definição	20	5	32	14	7	13
Aplicação de propriedade	89	60	124	53	72	50
Conjeturar e argumentar	3	3	6	10	0	0

Prova	63	42	65	16	24	36
Modelação de situações da vida real	2	2	7	1	1	5
Total de tarefas propostas	349	248	468	284	200	200

Com base nesta tabela elaborou-se, para cada manual, um gráfico de barras que permite comparar a percentagem dos diferentes tipos de tarefas matemáticas propostas pelos autores dos manuais ao estudante.

Tal como se pode ver no gráfico da figura 10, no manual **A,** as tarefas de revisão de conhecimentos são muito valorizadas, correspondem a 28% das tarefas propostas ao estudante. Ao nível dos conhecimentos emergentes destacam-se as tarefas de aplicação de propriedade (25%), cálculo algorítmico (19%) e prova (18%), seguidas das tarefas de aplicação da definição (6%). As tarefas de exploração com ou sem recurso à calculadora (2%), conjeturar/argumentar (1%), modelação (1%) e representação gráfica (0%) têm pouca ou nenhuma expressão.

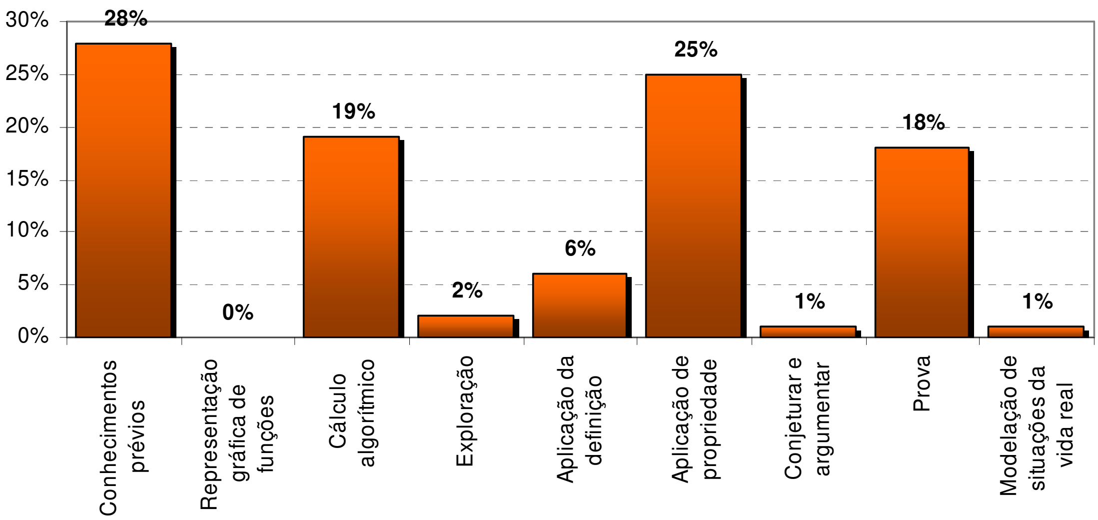

Figura 10 - Tipos de tarefas propostas no manual **A**

Da análise do gráfico da figura 11 podemos concluir que no manual **B,** as tarefas mais valorizadas são as de cálculo algorítmico, cerca de 40%, seguidas das tarefas de aplicação de propriedade (24%) e de prova (17%). Este manual dá alguma relevância às tarefas de revisão de conhecimentos (11%), exploração com ou sem recurso à calculadora gráfica (4%) e aplicação de definição (2%). As tarefas de conjeturar/argumentar (1%), modelação (1%) e representação gráfica (0%), têm pouca ou nenhuma expressão.

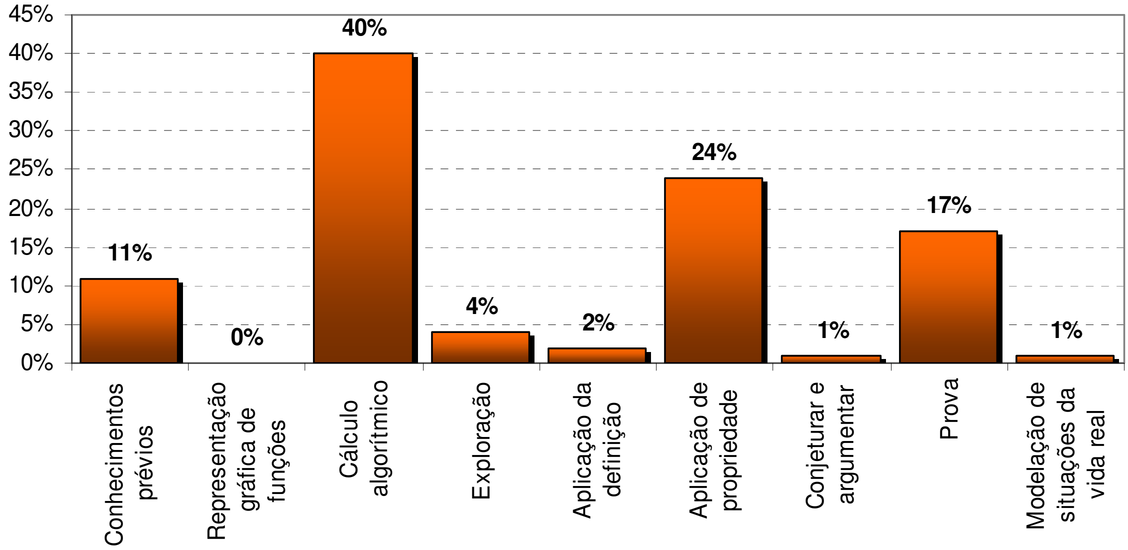

Figura 11 – Tipos de tarefas propostas no manual **B**

No manual **C,** como comprova o gráfico da figura 12, são mais valorizadas as tarefas de cálculo algorítmico, cerca de 30% das tarefas propostas aos estudantes e de aplicação de propriedade, cerca de 26%. Este manual dá alguma relevância às tarefas de revisão de conhecimentos (18%) seguida das situações de prova (14%) e aplicação da definição (7%). As situações de representação gráfica (2%), exploração com ou sem a calculadora gráfica (1%), conjeturar/argumentar (1%) e modelação (1%), têm pouca expressão.

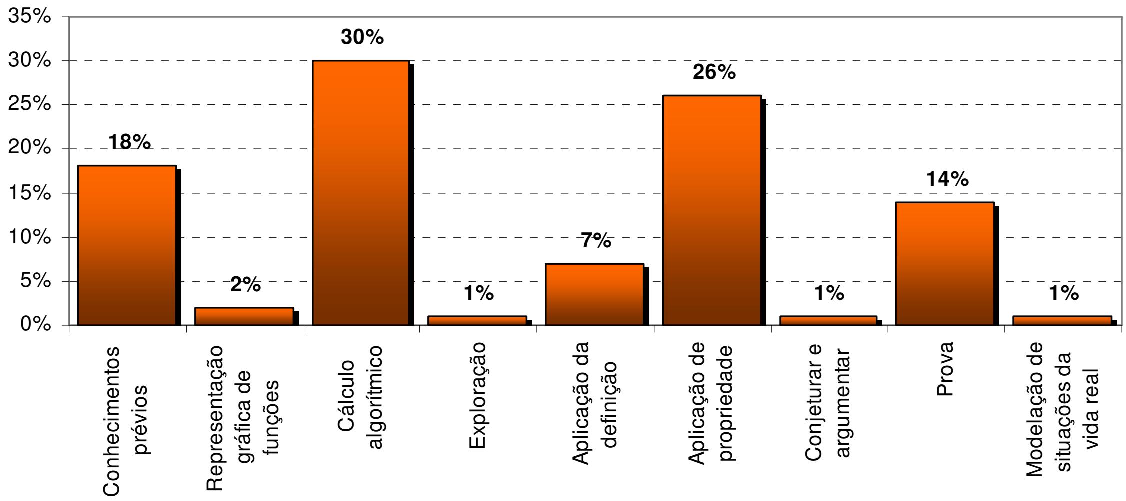

Figura 12 – Tipos de tarefas propostas no manual **C**

No manual **D,** as tarefas de revisão de conhecimentos são muito valorizadas (35%). Ao nível dos conhecimentos emergentes destacam-se as tarefas de cálculo algorítmico (28%) e aplicação de propriedade (19%). Seguem-se as situações de prova (6%), aplicação da definição (5%), conjeturar/argumentar (4%) e exploração com ou sem recurso à calculadora (3%). As situações de modelação e representação gráfica não têm expressão. Tudo isto se pode observar no gráfico da figura 13.

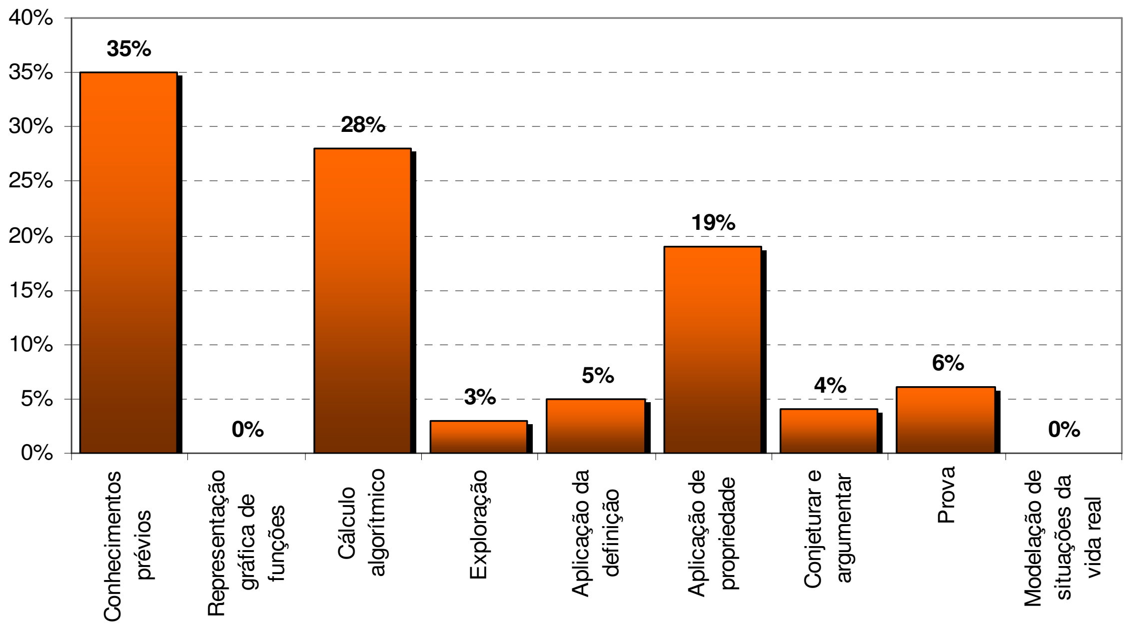

Figura 13 – Tipos de tarefas propostas no manual **D**

No manual **E** (gráfico da figura 14), são mais valorizadas as situações de aplicação de propriedade (36%) e cálculo algorítmico (22%). Este manual, dá alguma relevância às tarefas de revisão de conhecimentos (21%). Seguem-se as situações de prova (12%) bem como as de exploração (5%), aplicação da definição (5%) e modelação (1%). As situações de conjeturar/argumentar e representação gráfica de funções não têm expressão.

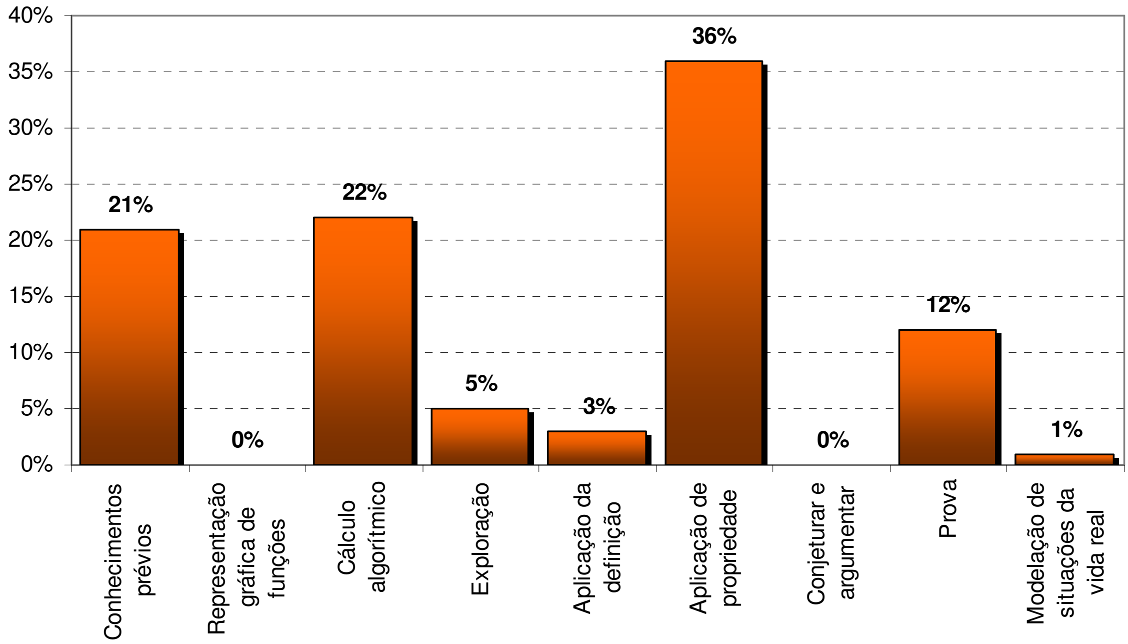

Figura 14 – Tipos de tarefas propostas no manual **E**

Da análise do gráfico da figura 15, podemos concluir que no manual **F** são mais valorizadas as situações de cálculo algorítmico (28%) e aplicação de propriedade (25%), seguidas das situações de prova (18%). Este manual, dá alguma relevância às tarefas de revisão de conhecimentos (16%). Seguem-se as situações de aplicação da definição (7%), modelação (3%) e exploração com ou sem a calculadora gráfica (2%). As situações de representação gráfica (1%) e conjeturar/argumentar (0%) não tem expressão.

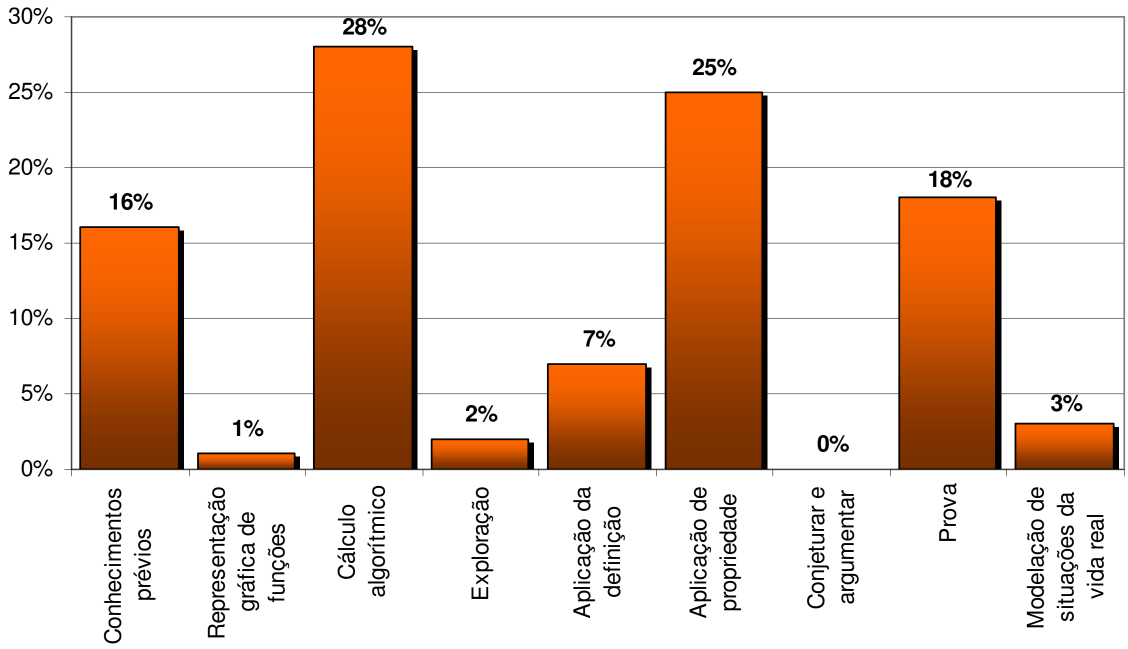

Figura 15 – Tipos de tarefas propostas no manual **F**

Após este estudo individualizado de cada manual, optou-se por realizar uma análise comparativa dos seis manuais. Como se pode observar no gráfico da figura 16, todos os manuais privilegiam o cálculo algorítmico, aplicação de propriedade e conhecimentos prévios. As tarefas de modelação, conjeturar/argumentar e representação gráfica de funções, são as que têm menor relevância em todos os manuais.

São de salientar os factos de os manuais A, B e E não apresentarem tarefas de representação gráfica de funções, de os manuais E e F não proporem qualquer tarefa cuja resolução implique conjeturar e argumentar e de o manual D apresentar uma única tarefa de modelação de situações da vida real.

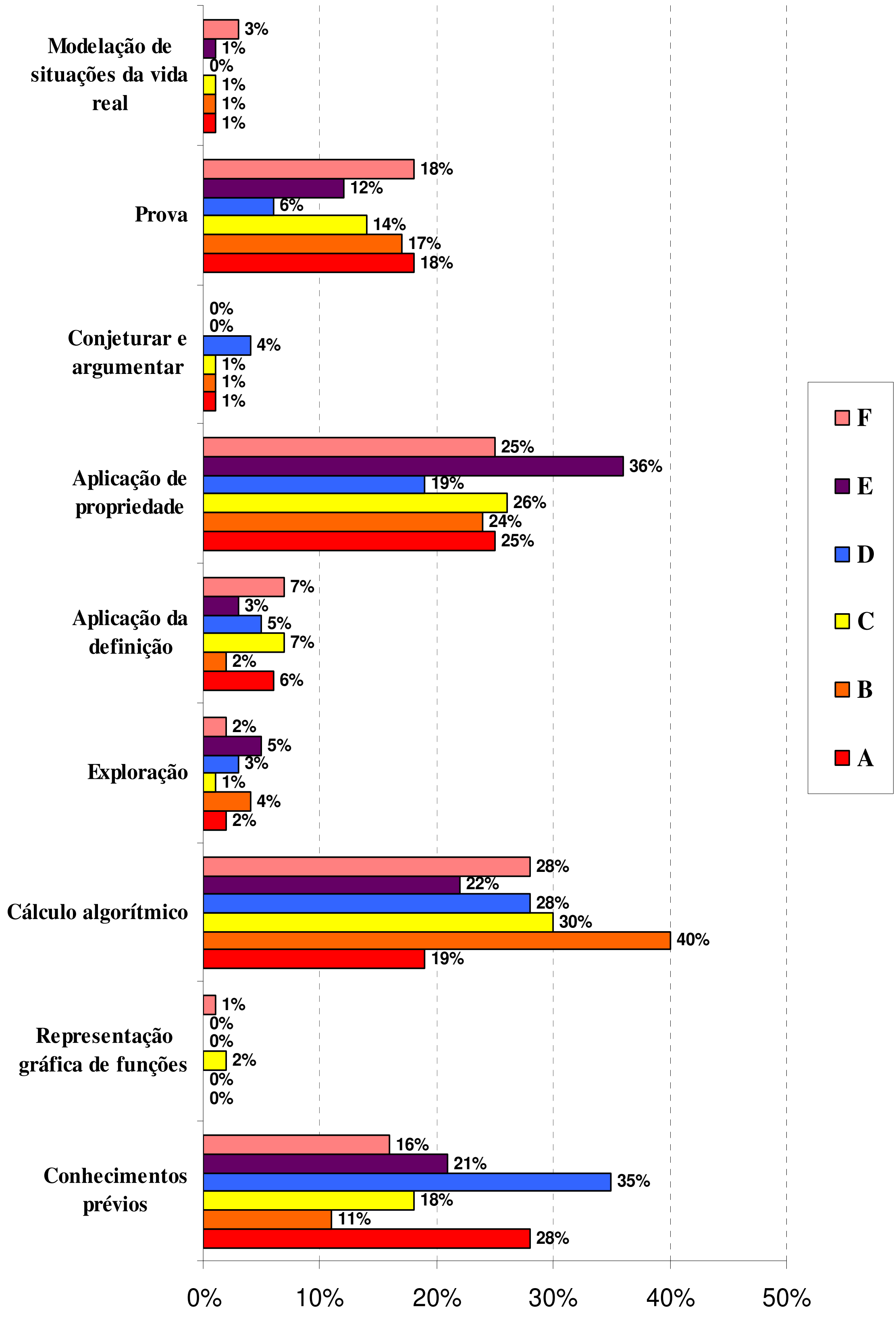

Figura 16 – Percentagem dos diferentes tipos de tarefas propostas nos manuais

4.3 Análise da adequação didática dos manuais escolares

Uma vez preenchidas as seis grelhas referentes à análise dos manuais, iniciaremos o tratamento dos resultados obtidos, preenchendo os quadros referentes à análise da adequação das componentes epistémica, mediacional e ecológica nos manuais escolares. Vamos conciliar o quadro teórico da investigação com as questões a que queremos dar resposta.

Análise da adequação epistémica

Já referimos anteriormente que de acordo com o nosso quadro teórico, um processo de estudo matemático, tem maior adequação epistémica na medida em que o conteúdo pretendido (ou implementado) está de acordo com o conteúdo de referência. No quadro 15 faz-se a análise dos indicadores da adequação epistémica dos manuais A, B, C e D

Quadro 15 - Análise da adequação epistémica dos manuais A, B, C e D

COMPONENTES	**Análise dos indicadores da adequação epistémica.** **Manuais: A, B, C e D.**
Situações-problemas	- Apresentam uma amostra representativa e articulada de situações de contextualização, exercitação e aplicação. - Propõem situações de generalização de problemas (problematização).
Linguagens	- Usam diferentes modos de expressão matemática (verbal, algébrica, numérica, gráfica, simbólica ...), traduções e conversões entre eles. - Propõem situações de expressão matemática e interpretação que permitem ao estudante usar as suas próprias representações para organizar, registar e comunicar ideias. - Utilizam um nível de linguagem apropriada para os estudantes em causa.
Regras (Definições, proposições,	- As definições e procedimentos são claros e corretos, e estão adaptadas ao nível de ensino a que se dirigem. - Apresentam os enunciados e procedimentos fundamentais do

procedimentos)	tema para o nível de ensino dado. - Propõem situações em que os alunos têm de generalizar ou aplicar proposições, definições ou procedimentos.
Argumentos	- Favorecem a argumentação e a prova dos enunciados e proposições matemáticas através de diversos tipos de argumentos e métodos de prova. - Apresentam tarefas em que os estudantes têm de conjeturar e argumentar. - As explicações, verificações e demonstrações são adequadas ao nível educativo a que se dirigem.
Relações	- Estabelecem conexões entre as ideias matemáticas – problemas, representações, conceitos, procedimentos, propriedades e argumentos. - Os conteúdos matemáticos apresentam-se e estudam-se como um todo organizado. - Reconhecem e aplicam as ideias matemáticas em contextos não matemáticos.

A análise da adequação epistémica dos manuais E e F, que se apresenta no quadro 16, é em tudo semelhante aos anteriores à exceção da componente argumentos uma vez que estes manuais não apresentam tarefas em que os estudantes têm de conjeturar e argumentar.

Quadro 16 - Análise da adequação epistémica dos manuais E e F

COMPONENTES	Análise dos indicadores da adequação epistémica. Manuais: E e F.
Situações-problemas	- Apresentam uma amostra representativa e articulada de situações de contextualização, exercitação e aplicação. - Propõem situações de generalização de problemas (problematização).
Linguagens	- Usam diferentes modos de expressão matemática (verbal, algébrica, numérica, gráfica, simbólica ...), traduções e conversões entre eles.

	- Propõem situações de expressão matemática e interpretação que permitem ao estudante usar as suas próprias representações para organizar, registar e comunicar ideias. - Usam um nível de linguagem apropriada para os estudantes em causa.
Regras (Definições, proposições, procedimentos)	- As definições e procedimentos são claros e corretos, e estão adaptadas ao nível de ensino a que se dirigem. - Apresentam os enunciados e procedimentos fundamentais do tema para o nível de ensino dado. - Propõem situações em que os alunos têm de generalizar ou aplicar proposições, definições ou procedimentos.
Argumentos	- Favorecem a argumentação e a prova dos enunciados e proposições matemáticas através de diversos tipos de argumentos e métodos de prova. - Não apresentam tarefas em que os estudantes tenham de conjeturar e argumentar. - As explicações, verificações e demonstrações são adequadas ao nível educativo a que se dirigem.
Relações	- Estabelecem conexões entre as ideias matemáticas – problemas, representações, conceitos, procedimentos, propriedades e argumentos. - Os conteúdos matemáticos apresentam-se e estudam-se como um todo organizado. - Reconhecem e aplica as ideias matemáticas em contextos não matemáticos.

Comparando apenas as tarefas de conjeturar e argumentar nos seis manuais conclui-se que os manuais D e C são os que propõem maior percentagem de tarefas, respetivamente 45% e 27% do total de tarefas deste tipo, enquanto que os manuais E e F apresentam 0%, como se pode observar no gráfico da figura 17.

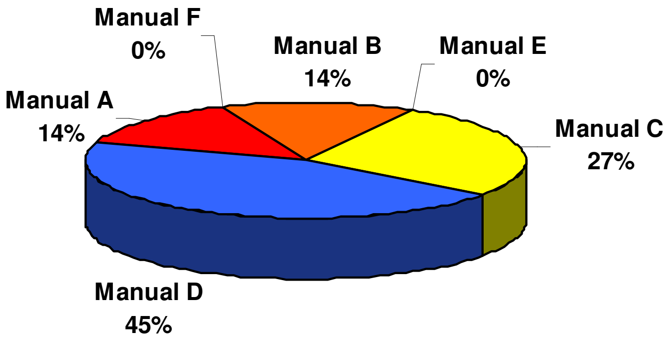

Figura 17 - Percentagem de tarefas de conjeturar e argumentar propostas nos seis manuais

Todos os manuais apresentam uma amostra significativa de tarefas de prova. Calculando a percentagem de tarefas deste tipo presente nos seis manuais obteve-se o gráfico da figura 18, onde se destacam os manuais A e o C, ambos com 26% do total de tarefas de prova.

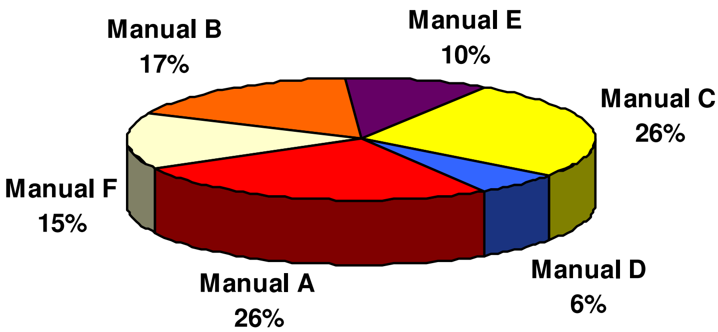

Figura 18 – Percentagem de tarefas de prova propostas nos seis manuais

Os conhecimentos prévios são uma das componentes da adequação cognitiva, tal como referimos no nosso quadro teórico. Segundo a NCTM (2008a), a matemática faz mais sentido e é mais facilmente memorizada e aplicada, se os alunos relacionarem o conhecimento novo com o conhecimento prévio de forma significativa. Dada a importância que a trigonometria do 11.º ano tem para a aquisição dos conhecimentos emergentes, tem interesse mostrar uma análise comparativa das percentagens de situações envolvendo conhecimentos prévios apresentadas nos diferentes manuais.

Como podemos observar na tabela 2, todos os manuais dão muita importância à revisão da trigonometria do 11.º ano, no entanto, se compararmos apenas as tarefas que envolvem conhecimentos prévios nos seis manuais chegamos às percentagens presentes no gráfico da figura 19. Tais valores, mostram que nos manuais D (26%), A (26%) e C (21%) são os que, maior percentagem de tarefas de revisão propõem ao estudante. Seguidos dos manuais E (11%), F (9%) e por último B (7%).

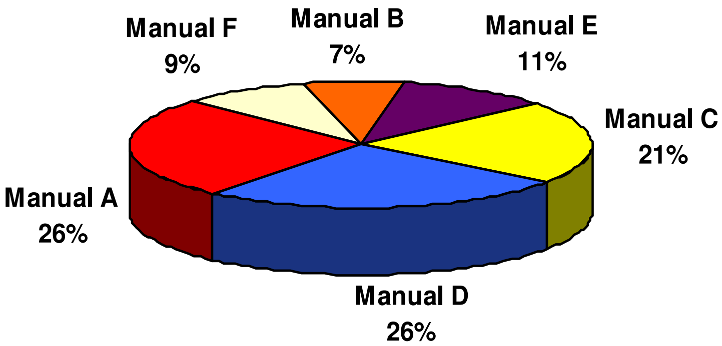

Figura 19 – Percentagem de tarefas de revisão da trigonometria do 11.º ano

Os seis manuais escolares analisados caraterizam-se pela sua riqueza em tarefas de cálculo algorítmico, assim como inúmeras tarefas de aplicação de propriedade e poucas promotoras da prova, conjeturar/argumentar e de exploração.

Análise da adequação mediacional

Consiste no grau de disponibilidade e adequação dos recursos materiais e temporais necessários para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem.

Quadro 17 - Análise da adequação mediacional dos manuais A, B, D, E e F

COMPONENTES	**Análise dos indicadores de adequação mediacional. Manuais: A, B, D, E e F.**
Recursos materiais (Manipuláveis, calculadoras,	- Usa a calculadora gráfica para introduzir tarefas ricas, linguagens, procedimentos, argumentações adaptadas ao conteúdo pretendido.

computadores)	- As definições e propriedades são contextualizadas e motivadas usando situações, modelos concretos e visualizações.

Na análise da adequação mediacional distinguem-se o manual C uma vez que utiliza outros recursos como os sensores, internet, software específico e remetem o estudante para sites especificos na internet para consolidar conteúdos.

Quadro 18 - Análise da adequação mediacional do manual C

COMPONENTES	**Análise dos indicadores de adequação mediacional. Manual: C.**
Recursos materiais (Manipuláveis, calculadoras, computadores)	- Usam a calculadora gráfica, sensores, software específico, para introduzir tarefas ricas, linguagens, procedimentos, argumentações adaptadas ao conteúdo pretendido e remete o estudante para um site na internet para consolidar conteúdos. - As definições e propriedades são contextualizadas e motivadas usando situações, modelos concretos e visualizações.

Análise da adequação ecológica

Diz respeito ao grau em que o processo de estudo se ajusta ao projeto educativo da turma e da escola, à sociedade e aos condicionamentos do contexto no qual se desenvolve. Refere-se a tudo o que está fora da aula, condicionando a atividade que se desenvolve na mesma. Assim, podemos aludir a tudo o que é determinado pela sociedade, escola, pedagogia e didática da matemática. O processo de estudo ocorre num contexto educativo que estabelece metas e valores, para a educação dos cidadãos e futuros profissionais, que devem ser respeitados.

Quadro 19 - Análise da adequação ecológica dos manuais A, B, D, E e F

COMPONENTES	**Análise dos indicadores de adequação ecológica. Manuais: A, B, D, E e F.**
Adaptação dos manuais ao currículo	- Os conteúdos abordados nos manuais estão de acordo com o programa.

	- Inclui atividades de ampliação e de reforço no final do capítulo.
Abertura para a inovação didática	- Não propõem atividades de investigação. - Integram novas tecnologias (calculadoras e computadores) em algumas tarefas propostas.
Adaptação sócio-profissional e cultural	- O conteúdo contribui para a formação sócio-profissional dos estudantes.
Educação em valores	- Promovem o pensamento crítico.
Conexões intra e interdisciplinares	- Os conteúdos relacionam-se com outros conteúdos intra e interdisciplinares, nomeadamente , da física e da biologia.

O manual C destaca-se por apresentar no final do capítulo "Trigonometria e números complexos", atividades de investigação em que se propõe ao estudante a recolha de dados, através de um sensor de luz e posterior tratamento dos mesmos com a calculadora gráfica.

Quadro 20 - Análise da adequação ecológica do manual C

COMPONENTES	**Análise dos indicadores de adequação ecológica. Manual: C.**
Adaptação dos manuais ao currículo	- Os conteúdos abordados nos manuais estão de acordo com o programa. - Inclui atividades de ampliação e de reforço no final do capítulo.
Abertura para a inovação didática	- Propõe atividades de investigação e curiosidades. - Integra novas tecnologias (calculadoras, sensores e computadores) em algumas tarefas propostas.
Adaptação sócio-profissional e cultural	- O conteúdo contribui para a formação sócio-profissional dos estudantes.
Educação em valores	- Promove o pensamento crítico.
Conexões intra e interdisciplinares	- Os conteúdos relacionam-se com outros conteúdos intra e interdisciplinares, nomeadamente , da física e da biologia.

CAPÍTULO 5

Conclusões

5.1. Síntese do estudo

Os manuais escolares são o instrumento educativo mais usado pelos docentes e pelos estudantes, tendo uma importância indiscutível no processo de ensino-aprendizagem. Este instrumento é um elemento mediador entre o currículo e o professor, sendo, por isso, um guia de orientação para muitos docentes. O manual pode favorecer a diversificação de atividades, a motivação do aluno e o seu trabalho autónomo. No entanto, o manual também pode contribuir para criar hábitos de rotina de práticas letivas, para a uniformização curricular e para o controlo sobre os professores.

A presente investigação faz uma análise documental dos seis manuais escolares portugueses de matemática A do 12.º ano de escolaridade. O tema analisado é a trigonometria, do capítulo "Trigonometria e Números Complexos". Em cada manual foram analisadas (i) situações, (ii) linguagem, (iii) conceitos, (iv) proposições, (v) procedimentos e (vi) argumentações. Nas situações distinguiram-se as de introdução/motivação, exemplos resolvidos e tarefas propostas pelo autor para o estudante resolver. As tarefas propostas foram analisadas quanto ao tipo de resolução que suscitam.

Na base da investigação estão algumas questões respeitantes à forma como são feitas as primeiras abordagens dos conceitos de Trigonometria, a forma como é feita a consolidação e sistematização de conhecimentos e diferenças ou semelhanças entre os seis manuais. Tendo em conta a natureza das questões que impulsionam este estudo e o objetivo do estudo, a abordagem que foi feita é de natureza qualitativa com base na análise documental. No que diz respeito à análise de dados, foi utilizada a análise de conteúdo.

5.2. Respostas às questões de investigação

De seguida, apresentamos e discutimos os principais resultados obtidos no estudo, tendo por referência as questões de investigação, o nosso quadro teórico e a revisão de literatura.

5.2.1. Questão de investigação 1

Que tipo de situações matemáticas são propostas, nos manuais escolares, no âmbito da trigonometria do 12.º ano?

No que refere às situações abordadas nos manuais, distinguimos as que se utilizam para introduzir/ motivar para a trigonometria, os exemplos (tarefas resolvidas) que o autor apresenta para facilitar a compreensão do discurso matemático e ainda as tarefas que o autor propõe ao estudante para aplicação dos conceitos matemáticos expostos, sejam eles relativos aos conhecimentos prévios ou aos emergentes.

Relativamente à forma como os autores introduzem a trigonometria, apenas o manual E não apresenta qualquer tarefa introdutória, começando logo pela exploração dos conteúdos. Todos os restantes apresentam uma tarefa introdutória alusiva à vida real (A e C) ou da própria matemática (B, D e F). Assim, a quase totalidade dos manuais vão ao encontro das orientações do NCTM (2008), quando refere que:

> "Num ensino efetivo, são usadas tarefas matemáticas significativas para introduzir conceitos importantes e para envolver e desafiar intelectualmente os alunos. A seleção correta de tarefas poderá despertar a sua curiosidade e envolvê-los na matemática. Essas tarefas poderão relacionar-se com experiências da realidade dos alunos, ou poderão surgir em contextos puramente matemáticos." (p.19)

Da análise efetuada concluímos que, apenas metade dos manuais (A, B e D) apresentam uma pequena nota histórica focada no contributo de algum matemático para a trigonometria, o que vai ao encontro do programa de matemática A do ensino secundário quando refere que “o trabalho com aspetos da História da Matemática é fundamental e deve ser realizado com os mais diversos pretextos”, (Silva *et al.*, 2001, p.19).

Em todos os manuais há a preocupação de apresentar exemplos (tarefas resolvidas), depois do desenvolvimento teórico, para facilitar a compreensão do discurso matemático. Apresentam uma resolução completa e formal, o que está de acordo com as diretrizes curriculares quando recomendam que “o grau de formalismo deve sempre ter em conta o nível de maturidade matemática dos estudantes”, (Silva *et al.*, 2001, p.11).

Ao nível das tarefas que o autor propõe ao estudante para aplicação dos conceitos matemáticos ensinados, todos os manuais tem uma grande preocupação com os conhecimentos prévios, uma vez que, todos apresentam uma elevada percentagem de tarefas envolvendo a trigonometria do 11.º ano. Como refere Schoenfeld (1988), a matemática faz mais sentido e é mais facilmente memorizada e aplicada, se os estudantes relacionarem o conhecimento novo com o conhecimento prévio, de forma significativa. Também segundo o NCTM (2008a, p.342), “os alunos deverão basear-se nos conhecimentos prévios para aprender técnicas de resolução de problemas mais variadas e sofisticadas”.

Relativamente às tarefas que o autor propõe ao estudante para aplicação dos conceitos matemáticos expostos e que visam os conhecimentos emergentes, distinguimos se são de representação gráfica, cálculo algorítmico, exploração, aplicação de uma definição, aplicação de propriedade, conjeturar e argumentar, prova e modelação de situações da vida real. Da análise efetuada concluiu-se que o cálculo algorítmico é previlegiado em quase todos os manuais (com exceção do A e E), seguido de aplicação de propriedade (que é previlegiada nos manuais A e E). Seguem-se as tarefas de prova em todos os manuais.

Muito destacadas destas, aparecem as tarefas de aplicação da definição e exploração. As tarefas de representação gráfica de funções, modelação e conjeturar/argumentar têm pouca expressão em todos os manuais. Deste modo, a segunda competência de Niss (2002) não está a ser plenamente explorada uma vez que apenas um reduzido número de tarefas propostas nos manuais envolvem destrezas não rotineiras na sua resolução.

O programa de matemática A do ensino secundário, destaca a importância das tarefas a propôr ao estudante, as quais deverão contribuir para o desenvolvimento do pensamento científico, levando-o a intuir, conjeturar, experimentar, provar e avaliar. Deste modo, parece que os manuais investem pouco nas tarefas de exploração, conjeturar/argumentar e modelação.

As indicações metodológicas referem que a modelação com funções trigonométricas pode ser feita usando as capacidades específicas da calculadora gráfica (por exemplo, a regressão estatística a partir de dados recolhidos experimentalmente ou numa base de dados) como por análise algébrica da adequação de um modelo fornecido pelo professor.

Constata-se que esta recomendação não está a ser implementada nos manuais, pelo que a terceira competência de Niss (2002) não é desenvolvida. Como refere Hoachlander (1997, p.135) "A maioria da matemática avançada ensinada nas escolas secundárias possui aplicações rigorosas e interessantes no mundo do trabalho. A álgebra está presente na modelação tanto informática, como do mundo dos negócios, desde as comuns folhas de cálculo, a sistemas de agenda e de planeamento financeiro sofisticado."

5.2.2. Questão de investigação 2

Quais os conceitos, proposições e procedimentos utilizados, nos manuais escolares, no âmbito da trigonometria do 12.º ano?

O conceito de período de uma função é introduzido mediante uma definição formal.

As proposições apresentadas são a fórmula do período das funções trigonométricas, $\lim_{x\to 0}\frac{senx}{x}=1$, $\lim_{x\to +\infty}\frac{senx}{x}=0$, $\lim_{x\to -\infty}\frac{senx}{x}=0$, as fórmulas trigonométricas do $\cos(\alpha+\beta)$, $\text{sen}(\alpha\pm\beta)$, $\text{tg}(\alpha\pm\beta)$, $\text{sen}(2\alpha)$, $\cos(2\alpha)$, $\text{tg}(2\alpha)$ e as regras de derivação das funções trigonométricas.

A exposição das proposições é formal e são aplicadas através de exemplos após o enunciado. Apenas o limite notável, $\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$, é introduzido de forma intuitiva.

Os procedimentos propostos nos manuais consistem em determinar o período positivo mínimo de uma função, investigar a influência de parâmetros em famílias de funções trigonométricas e reconhecer as suas consequências gráficas, determinar limites, derivar funções trigonométricas, estudar a monotonia e extremos, concavidade e pontos de inflexão usando derivadas, aplicar o teorema de Bolzano e realizar demonstrações dedutivas.

Utilizam vários procedimentos para resolver a mesma situação, embora predomine o analítico. Justificam os procedimentos que propõem, com exceção do manual B que os expõe como métodos rotineiros. Usam a calculadora gráfica para ajudar a resolver algumas questões o que permite desenvolver a oitava competência de Niss (2002) e vem ao encontro do espírito do programa de matemática A do ensino secundário quando refere, que o uso da calculadora não se deve reduzir a um instrumento de cálculo mas também como meio incentivador do espírito de pesquisa.

Há vantagem em que se explore com a calculadora gráfica atividades de modelação, simulação e resolução de situações problemáticas. No entanto, considera-se que esta competência não está plenamente promovida pelos manuais que recorrem quase exclusivamente à calculadora gráfica em detrimento de outros recursos e ferramentas tecnológicas.

5.2.3. Questão de investigação 3

Qual a forma de discurso e que tipo de linguagem são utilizados, nos manuais escolares, no âmbito da trigonometria do 12.º ano?

Apresentam um discurso em linguagem natural para convencer o leitor de determinadas propriedades ou proposições, partindo de exemplos concretos para a generalização. O que vem de encontro à primeira competência de Niss (2002) quando refere que o estudante deve estender a abrangência de um conceito, abstraindo algumas das suas propriedades e generalizar resultados a classes maiores de objetos. Também permite desenvolver a sétima competência de Niss (2002) uma vez que o estudante tem de descodificar e interpretar os textos dos manuais.

Utilizam, quase exclusivamente, os métodos de prova sintético e analítico, pelo que não está a ser plenamente explorada a quarta competência de Niss (2002), que sugere um leque muito mais abrangente e diversificado de provas matemáticas.

Usam a linguagem verbal, simbólica, algébrica, numérica, gráfica e tabelar, relacionando de forma sistemática os aspetos algébricos, numéricos e gráficos, o que promove a quinta competência de Niss (2002) ao serem utilizadas diferentes representações de entidades matemáticas. Na exposição dos conteúdos, os manuais recorrem à linguagem lógico-formal apenas no contexto de enunciado de propriedades (quantificadores, implicações, equivalências,...). Esta situação permite desenvolver a sexta competência de Niss (2002) que compreende ser capaz de interpretar e descodificar a linguagem simbólica e formal.

De acordo com o programa de matemática A do ensino secundário é absolutamente necessário que as atividades tenham em conta a correção da comunicação oral e escrita. O estudante deve ser capaz de argumentar com lógica e recorrer à linguagem simbólica da matemática, à sua precisão e ao seu poder de síntese.

Segundo o NCTM (2008a), é necessário que os estudantes desenvolvam capacidades de justificação de causas, demonstração de conjeturas e utilização de símbolos no raciocínio. Devem criar e utilizar representações tabelares, simbólicas, gráficas e verbais para compreender as funções trigonométricas com maior profundidade que nos anos anteriores.

Há medida que desenvolvem uma comunicação mais clara e coerente (por meio de explicações verbais, de notações e de representações matemáticas adequadas), os alunos tornar-se-ão melhores pensadores matemáticos.

5.2.4. Questão de investigação 4

Qual a adequação epistémica, mediacional e ecológica nos manuais escolares?

Face ao exposto nos quadros 15 e 16 que revelam o cumprimento da generalidade dos indicadores da adequação epistémica, conclui-se que há adequação nos manuais analisados, no entanto, constatamos a baixa percentagem de tarefas de conjeturar sobre relações matemáticas, não favorecendo a investigação, justificação e argumentação.

No que se refere à adequação mediacional verificamos que os manuais A, B, D, E e F exploram a calculadora gráfica nos diferentes tipos de situações. Para além disto, o manual C utiliza meios tecnológicos mais diversificados, como os sensores, internet e software específico, pelo que há adequação.

No que respeita à adequação ecológica constatamos que relativamente aos conteúdos abordados e às conexões intra e inter-disciplinares, a adaptação dos manuais ao currículo é bastante adequada. No entanto, os manuais A, B, D, E e F, têm uma baixa abertura para a inovação didática, uma vez que não propõem atividades de investigação e o único recurso tecnológico que utilizam são as calculadoras gráficas. De acordo com o programa de matemática A do ensino secundário

> " A utilização obrigatória da tecnologia que, além de ferramenta, é fonte de atividade, de investigação e de aprendizagem, pretende também preparar os estudantes para uma sociedade em que os meios informáticos terão um papel considerável na resolução de problemas de índole científica."
>
> (Silva *et al.*, 2001, p.10)

Também o NCTM (2008a) refere, que os estudantes deverão desenvolver competências para trabalhar com ferramentas tecnológicas como folhas de cálculo, aparelhos de recolha de dados, sistemas algébricos informáticos e instrumentos de criação de gráficos, que lhes permitam resolver problemas.

No capítulo quatro concluímos que todos os manuais privilegiam o cálculo algorítmico e aplicação de propriedade, em detrimento de tarefas de exploração, conjetura e argumentação. Por sua vez, no quadro teórico, quando apresentamos os indicadores de adequação ecológica explicitamos que, a matemática reduzida a meros cálculos rotineiros pode reforçar atitudes passivas e complacentes em vez de desenvolver o pensamento crítico e alternativo. Deste modo, todos os manuais têm baixa adequação neste indicador.

Segundo Silva *et al* (2001), um estudante deve registar por escrito, com os comentários julgados adequados, as observações que fizer ao usar a calculadora gráfica ou outro material, descrevendo com cuidado as propriedades constatadas e justificando devidamente as suas conclusões, relativamente aos resultados esperados, desenvolvendo-se assim tanto o espírito crítico como a capacidade de comunicação matemática.

Tais orientações não parecem estar a dar grandes resultados especialmente quando se lê o último relatório do GAVE[7] "Exames Nacionais – Relatório 2011" que após identificar os itens em que os estudantes revelaram pior desempenho no exame de matemática A de 2011(1.ªfase) conclui "*A estes itens eram inerentes operações mentais como transferir, relacionar, analisar, interpretar e demonstrar*". (p.52)

Os autores deste relatório concluem ainda que, em parte, o insucesso e/ou o fraco nível de desempenho em itens de construção e de seleção pode estar relacionado com dificuldades ao nível da interpretação e compreensão dos enunciados dos itens, bem como com o número de operações mentais convocadas para a sua resolução. Referem também, que se continuam a verificar dificuldades nos itens que pressupõem o desenvolvimento de raciocínios demonstrativos.

---

[7] Este relatório está disponível na internet, em http://www.gave.min-edu.pt/ .

Como propostas de intervenção didática na sala de aula, sugerem que se reforce, entre outros, o desenvolvimento de raciocínios demonstrativos e a utilização da calculadora gráfica, diversificando estratégias de forma a otimizar as suas potencialidades e a desenvolver nos estudantes a capacidade de analisar e interpretar os dados por ela gerados.

Em jeito de conclusão, manuais escolares com uma elevada adequação didática poderiam ser uma boa proposta de intervenção junto do estudante.

5.3. Contribuições e limitações

Refletindo sobre as conclusões e contribuições do estudo, pensamos poder fazer um balanço positivo da experiência realizada. Julgamos que a nossa investigação é atual, não só pela temática, mas também pela metodologia de análise utilizada nos manuais, dado que as investigações sobre este tópico são escassas. A metodologia de análise mostrou-se, também, produtiva para o desenvolvimento da nossa investigação.

A metodologia implementada na análise dos manuais, semelhante à utilizada na análise de livros de texto de outros trabalhos de investigação, baseia-se em elementos teóricos propostos pelo enfoque ontossemiótico e tem-se mostrado muito produtiva para analisar o processo de ensino, podendo ser utilizado para estudar outras noções.

Outro contributo, vem da aplicação dos critérios de adequação didática, que nos deram elementos para analisar os manuais do 12.º ano e estabelecer, de acordo com esta análise, diretrizes curriculares, a fim de melhorar o ensino e a aprendizagem da trigonometria.

Uma das limitações da nossa investigação é apenas analisar, em todos os manuais, um tema do programa do 12.º ano de escolaridade.

Em Portugal, a educação matemática começou desde há algum tempo a debater e problematizar os manuais escolares, colocando questões e suscitando reflexões que podem contribuir para uma melhoria dos processos de conceção e de utilização deste material didático.

Julgamos que este estudo poderá ser importante para averiguar como é apresentada a trigonometria ao nível do 12.º ano e identificar possíveis pontos críticos (conflitos semióticos potenciais) na trajetória semiótica construída nos manuais analisados.

Pensamos que ainda é prematuro tecer considerações sobre os resultados desta investigação, no entanto esperamos poder contribuir para o enriquecimento da minha formação pessoal e profissional, para a melhoria da qualidade do ensino que desenvolvo e para a melhoria do recurso didático mais usado na escola o qual contribui em muito para a formação do estudante.

5.4. Sugestões para futuras investigações

O presente trabalho aponta possíveis considerações no que diz respeito à elaboração de manuais escolares assim como no processo de análise efetuado pelos professores. Sendo o manual escolar um recurso didático central do processo de aprendizagem no que diz respeito à transmissão de conhecimentos, deve responder com qualidade científica e pedagógica.

No que diz respeito às tarefas que propõe, estas devem ser desafiantes, diversificadas ao nível da exigência cognitiva, estrutura e contexto sendo por isso motivadoras para o aluno, promovendo vivências variadas e em simultâneo apoiando-o no processo de consolidação de conhecimentos. O manual assume um papel determinante na construção pessoal do estudante, desenvolvendo a sua autoconfiança e autonomia.

Futuros estudos poderão ter em conta a adequação cognitiva e interacional do manual que no presente trabalho não foram considerados. Outra análise possível poderá envolver a totalidade dos temas dos manuais escolares do 12.º ano de escolaridade, podendo conduzir a uma análise comparativa bastante rica. Também seria interessante investigar, de que forma os manuais de matemática A do 12.º ano de escolaridade promovem o pensamento crítico.

Bibliografia

Abreu, M. (2011). *Compêndio de matemática de Sebastião e Silva: cálculo diferencial*. Tese de Mestrado. Universidade de Aveiro.

Andrade, C., Pimenta, P., Pereira, P. P. & Viegas, C. (2012). *Ípsilon - Matemática A 12º Ano*. Lisboa: Texto Editores.

APM (1998). Matemática 2001: *Diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da Matemática*. Lisboa: Associação de professores de Matemática.

Bardin, L. (2004). *Análise de Conteúdo*. (3ª ed.) Lisboa: Edições 70.

Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação*. Porto: Porto Editora.

Boston, M., & Smith, M. (2009). Transforming secondary mathematics teaching: increasing the cognitive demands of instructional tasks used in teachers' classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education*, 40(2), 119-156.

Cabrita, I. (1996). A proporcionalidade direta à luz dos manuais escolares. In Comissão Organizadora (Ed.), *Atas do SIEM VI - Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 95-128). Lisboa: APM.

Cabrita, I. (1999). Utilização do manual escolar pelo professor de Matemática. In R. V. Castro, A. Rodrigues, J. L. Silva, & M. L. D. Sousa (Eds.), *Manuais escolares:Estatuto, funções, história* (I Encontro Internacional sobre Manuais Escolares) (pp. 35-56). Braga: Universidade do Minho, Instituto de Educação e Psicologia.

Canavarro, A. P. (2003). *Práticas de ensino da Matemática: Duas professoras, dois currículos* (Tese de doutoramento, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM.

Catalá, C. (2007). *La vuelta al mundo buscando las ocho competencias, en Competencia Matemática e Interpretación de la Realidad*, Págs. 9 – 22, Aulas de verano del Instituto Superior de Formación y Recursos en Red para el profesorado.

Contreras, A. & Ordóñez, L. (2006). *Complejidad ontosemiótica de un texto sobre la introducción a la integral definida.* Relime, 9(1), 65-84.

Costa, B. & Rodrigues, E. (2012). *Novo Espaço – Matemática A 12º Ano*. Porto Editora.

Costa, C. (2005). O processo de edição de manuais escolares, em Portugal, na década de 30 - um estudo de caso: J. Vicente Gonçalves e a sua obra para o ensino liceal. In D. Moreira & J. M. Matos (Eds.), *História do Ensino da Matemática em Portugal* (pp. 149-157). Lisboa: SEM-SPCE.

Font, V., Godino, J. D., & Gallardo, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics*, 82:97–124. DOI: 10.1007/s10649-012-9411-0.

Gaspar, I. & Roldão, M. C. (2007). *Elementos de Desenvolvimento Curricular*. Lisboa: Universidade Aberta.

Gimeno Sacristán, J. (2000). *O currículo: uma reflexão sobre a prática.* Porto Alegre:ArtMed.

Godino, J. D. & Batanero, C. (1994). *Significado institucional y personal de los objetos matemáticos*. Recherches en Didactique des Mathématiques, 14 (3), 325–355.

Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007). *The onto-semiotic approach to research in mathematics education. ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.

Godino, J. D. (2002). *Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. Recherches en Didactique des Mathématiques*, 22 (2/3), 237–284.

Godino, J. D. (2003). *Teoría de las funciones semióticas. Un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática*. Departamento de Didática de la Matemática.Universidad de Granada. Acesso em 27 dezembro 2012, disponível em http://www.ugr.es/local/jgodino/ .

Godino, J. D. (2011). *Indicadores de la idoneidad didática de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.* XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil.

Godino, J. D. (2012). Origen y aportaciones de la perspectiva ontosemiótica de investigación en Didáctica de la Matemática. En A. Estepa, A. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática* XVI (pp. 49 - 68). Jaén: SEIEM.

Godino, J. D., Batanero, C. & Font, V. (2008). Um enfoque onto-semiótico do conhecimento e a instrução matemática. *ACTA SCIENTIAE – Revista de Ensino de Ciências e Matemática, 10(2).* Disponível em http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/sintesis_eos_portugues.pdf.

Godino, J. D., Contreras, A., & Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques,* 26 (1), 39-88.

Godino, J. D., Font, V. , Wilhelmi, M. R. y Castro, C. de (2009). Aproximación a la dimensión normativa en didática de las matemáticas desde un enfoque ontosemiótico. *Enseñanza de las ciencias*, 27(1), 59-76.

Godino, J.D., Wilhelmi, M. R., & Bencomo, D. (2005). "*Suitability criteria for a mathematical instruction process. A teaching experience with the function notion*". Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education, 4.2, 1-26.

Godino, J. D., Rivas, H., & Arteaga, P. (2012). Inferencia de indicadores de idoneidad didática a partir de orientaciones curriculares. *Práxis Educativa, Ponta Grossa*, 7(2), 331-354. Disponível em http://www.revistas2.uepg.br/index.php/praxiseducativa. doi:10.5212/PraxEduc.v.7i2.0002

Gomes, L., & Raposo, D. (2012). *Matemática 12*. Asa Editores.

Henriques, H. C., & Almeida, C. (2005). *O lúdico nas aritméticas do século XVI*. In D. Moreira & J. M. Matos (Eds.), *História do Ensino da Matemática em Portugal* (pp. 141-148). Lisboa: SEM-SPCE.

Janeiro, J. (2005). Os manuais de Matemática: O que deles dizem os professores. *Atas do ProfMat 2005* (CD-ROM), Évora.

Jorge, F. R. (1994). O *computador e a educação matemática: Abordagens do tópico Sucessões*. Tese de mestrado. Universidade do Minho.

Leite, C. (2003*). Para uma escola curricularmente inteligente*. Porto: ASA Editores SA.

Loureiro, C., Oliveira, A. F., Ralha, E., & Bastos, R. (1998). *Geometria 11.º ano de escolaridade*. Lisboa: Ministério da Educação.

Loureiro, C., Oliveira, A. F., Ralha, E., & Bastos, R. (2000). *Trigonometria e Números Complexos 12.º ano*. Lisboa: Ministério da Educação.

Marques, S. (2006). *A Proporcionalidade Direta em Manuais Escolares de Diversos Países*. Tese de Mestrado. Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

Martinho, M. & Negra, C. (2012). *Matemática A 12º Ano – Projeto Desafios*. Carnaxide: Santillana Constância.

Michael, C. (2002). *Manuais Escolares e Trabalho Docente. Uma Economia Política de Relações de Classe e de Género na Educação*. Lisboa: Didática Editora.

McDonough, A., & Clarke, D. (2003). Describing the practice of effective teachers of mathematics in the early years. Em N. Pateman, B. Dougherty, & J. Zilliox (Eds.), *Proceedings of the 27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 261-268). Honolulu, HI: PME.

Moreira & J. M. Matos (Eds.), *História do Ensino da Matemática em Portugal* (pp. 141-148). Lisboa: SEM-SPCE.

Moreira, D., Ponte, J. P., Pires, M. & Teixeira, P. (2006). *Manuais escolares: Um ponto de situação*. XV EIEM, Monte Gordo. Disponível em http://www.ore.org.pt/filesobservatorio/pdf/manuais_%20GDiscussao_publicacoes.pdf

NCTM (2008a). *Princípios e normas para a Matemática escolar*. Lisboa: APM.

NCTM (2008b). The Role of Technology in the Teaching and Learning of Mathematics. Acesso em 23 março 2013, disponivel em http://www.nctm.org/about/content.aspx?id=14233

Neves, M. A. F., Pereira, A. & Silva, J. N. (2012). *Matemática A 12º Ano*. Porto Editora.

Niss, M. & Jensen, T. (2002). *Kompetencer og matematiklæring Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark.* Roskilde: IMFUFA (Competencies and mathematical learning ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark. Tradução para inglês, documento não publicado.)

Niss, M. (2003). *Quantitative Literacy and Mathematical Competencies. En Bernard L. Madison, B. L. and Steen L. A., Editors, Quantitative Literacy. Why Numeracy Matters for Schools and Colleges*. Proceedings of the National Forum on Quantitative Literacy held at the National Academy of Sciences in Washington, D.C. on December 1-2, 2001. /National

Council on Education and the Disciplines Princeton, New Jersey, 2003. Págs. 215-220. Acesso em 27 dezembro 2012, disponivel em http://www.maa.org/ql/qltoc.html

Oliveira, R. (2007). *Uma análise da abordagem da Álgebra nos manuais escolares do 3º ciclo de escolaridade*. Tese de mestrado. Faculdade de Ciências da Universidade do Porto.

Ordóñez, L. (2011). *Restricciones institucionales en las matemáticas de 2º de bachillerato en cuanto al significado del objeto integral definida.* Tese de doutoramento, Universidade de Jaén. Jaén, Espanha.

Pacheco, J.A. (2000). Flexibilização curricular: algumas interrogações. In J. A.Pacheco (Org.), *Políticas de integração curricular.* Porto: Porto Editora.

Pacheco, J. A. (2001). *Currículo teoria e práxis.* Porto: Porto Editora, 2001.

Pardal, L. A. (2005). *A escola, o currículo e o professor*. Aveiro: Universidade de Aveiro.

Perrenoud, P. (1995). *Ofício de aluno e sentido de trabalho escolar*. Porto: Porto Editora.

Pires, M. C. V. (2003a). *Influências do manual escolar no conhecimento profissional do professor: Um estudo no primeiro ciclo do ensino básico* (Trabalho de Investigação Tutelado, Universidade de Santiago de Compostela).

Pires, M. C. V. (2003b). *Conhecimento profissional e manuais escolares: Um estudo no 1.º ciclo.* In A. Cosme, H. Pinto, H. Menino, I. Rocha, M. Pires, M. Rodrigues, R. Cadima, & R. Costa (Eds.), Atas do XIV SIEM (pp. 525-544). Santarém:APM.

Ponte, J. P., Boavida, A. M., Graça, M., & Abrante, P. (1997). *Didáctica – Ensino Secundário*. Lisboa: Ministério da Educação.

Ponte, J. P. (2005a). *As equações nos manuais escolares*. Revista Brasileira de História da Matemática, 4 (8), 149–170.

Ponte, J. P. (2005b). *Gestão curricular em Matemática*. In GTI (Ed.), O professor e o desenvolvimento curricular (pp. 11-34). Lisboa: APM.

Roldão, M. C. (1999). *Gestão Curricular. Fundamentos e práticas.* Lisboa:Ministério da Educação.

Roldão, M. C. (1999). *Os professores e a gestão do currículo – Perspetivas e práticas em análise.* Porto: Porto Editora.

Roldão, M. C. (2008). *Gestão do currículo e avaliação de competências.* Lisboa: Editorial Presença.

Roldão. M. C. (2011). *Um currículo de currículos.* Chamusca: Edições Cosmos.

Santo, E. M. (2006). *Os manuais escolares, a construção de saberes e a autonomia do aluno. Auscultação a alunos e professores*. Revista Lusófona de Educação, 8, 103-115.

Santos, H. (2010). *"Limite":um estudo sobre manuais escolares e exames, em Portugal.* Tese de Mestrado. Universidade do Minho.

Silva, J. C., Fonseca, M. G., Martins, A. A., Fonseca, C. M. C. & Lopes, I. M. C. (2001). *Matemática A - 10º ano.* Lisboa: Ministério da Educação. Retrieved from http://www.dgidc.min-edu.pt/data/ensinosecundario/Programas/matematica_a_10.pdf.

Silva, J. C., Fonseca, M. G., Martins, A. A., Fonseca, C. M. C. & Lopes, I. M. C. (2002a). *Matemática A - 11º ano.* Lisboa: Ministério da Educação. Retrieved from http://www.dgidc.min-edu.pt/data/ensinosecundario/Programas/matematica_a_11.pdf.

Silva, J. C., Fonseca, M. G., Martins, A. A., Fonseca, C. M. C. & Lopes, I. M. C. (2002b). *Matemática A - 12º ano.* Lisboa: Ministério da Educação. Retrieved from http://www.dgidc.min-edu.pt/data/ensinosecundario/Programas/matematica_a_12.pdf.

Silva, C. (2003). *Uma análise de manuais escolares de 9º ano de escolaridade*. Tese de mestrado. Universidade do Porto.

Silva, F. (2009). O número racional em manuais escolares portugueses. Tese de Mestrado. Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

Silverman, D. (2001). *Interpreting qualitative data: Methods for analysing talk, text and interaction*: 2nd edition, London: Sage.

Spector, J. M. (2001). Philosophical implications for the design of instruction. *Instructional Science* 29, 381–402.

Stein, M. K., & Lane, S. (1996). Instructional tasks and the development of student capacity to think and reason: An analysis of the relationship between teaching and learning in a reform mathematics project. *Educational Research and Evaluation, 2*(1), 50–80.

Stein, M. K., Remillard, J., & Smith, M. (2007). How curriculum influences student learning. Em F. Lester (Ed.), Second *handbook of mathematics teaching and learning* (pp. 319-369). Greenwich, CT: Information Age.

Stein, M. K., & Kim, G. (2009). The Role of Mathematics Curriculum Materials in Large-Scale Urban Reform: An Analysis of Demands and Opportunities for Teacher Learning. In J. Remillard, B. Herbel-Eisenmann, & G. Lloyd (Eds.), *Mathematics teachers at work: connecting curriculum materials and classroom instruction* (pp. 37-55). NY: Routledge.

Stein, M., & Smith, M. (2009). Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão: Da investigação à prática (artigo original publicado em 1998). *Educação e Matemática, 105*, 22-28.

Viegas, C., Gomes, F. & Lima, Y. (2012). *Xeqmat 12 Matemática A*. Lisboa: Texto Editores.

Young, M. F. D.(2010). *Conhecimento e currículo: do socioconstrutivismo ao realismo social na sociologia da educação.* Adaptação para a língua portuguesa de Jorge Ávila de Lima. Porto: Porto Editora.

Zabalza, M. (1992). *Planificação e desenvolvimento curricular na escola*. Rio Tinto: Edições

LEGISLAÇÃO CONSULTADA

Decreto-Lei n.º 74/2004, de 26 de março
Lei n.º 47/2006, de 28 de agosto
Decreto-Lei n.º 261/2007, de 17 de julho
Despacho n.º 29 864/2007, de 27 de dezembro
Despacho n.º 415/2008, de 4 de janeiro

ANEXOS

Anexo 1: Registo de apreciação, seleção e adoção de manuais escolares

Critérios de apreciação de manuais escolares ainda não submetidos a avaliação e certificação

Ano de Escolaridade:

Área Curricular Disciplinar/Disciplina:

Título do Manual:

Editora:

1 Organização e Método	Sim: Muito Bom	Sim: Bom	Sim: Suficiente	Não: Insuficiente
1.1 Apresenta uma organização coerente e funcional, estruturada na perspectiva do aluno;				
1.2 Desenvolve uma metodologia facilitadora e enriquecedora das aprendizagens;				
1.3 Estimula a autonomia e a criatividade;				
1.4 Motiva para o saber e estimula o recurso a outras fontes de conhecimento e a outros materiais didácticos;				
1.5 Permite percursos pedagógicos diversificados;				
1.6 Contempla sugestões de experiências de aprendizagem diversificadas, nomeadamente de actividades de carácter prático/experimental;				
1.7 Propõe actividades adequadas ao desenvolvimento de projectos interdisciplinares.				

2 Informação	Sim: Muito Bom	Sim: Bom	Sim: Suficiente	Não: Insuficiente
2.1 Adequa-se ao desenvolvimento das competências definidas no Currículo do respectivo ano e/ou nível de escolaridade;				
2.2 Responde aos objectivos e conteúdos do Programa/Orientações Curriculares;				
2.3 Fornece informação correcta, actualizada, relevante e adequada aos alunos a que se destina;				
2.4 Explicita as aprendizagens essenciais;				
2.5 Promove a educação para a cidadania;				
2.6 Não apresenta discriminações relativas a sexos, etnias, religiões, deficiências,...				

3 Comunicação	Sim: Muito Bom	Sim: Bom	Sim: Suficiente	Não: Insuficiente
3.1 A concepção e a organização gráfica (1) do manual facilitam a sua utilização e motivam o aluno para a aprendizagem;				
3.2 Os textos são claros, rigorosos e adequados ao nível de ensino e à diversidade dos alunos a que se destinam;				
3.3 Os diferentes tipos de ilustrações (2) são correctos, pertinentes e relacionam-se adequadamente com o texto.				

(1) Caracteres tipográficos, cores, destaques, espaços, títulos e subtítulos, etc;
(2) Fotografias, desenhos, mapas, gráficos, esquemas, etc.

4 Características materiais	Sim: Muito Bom	Sim: Bom	Sim: Suficiente	Não: Insuficiente
4.1 Apresenta robustez suficiente para resistir à normal utilização;				
4.2 O formato, as dimensões e o peso do manual (ou de cada um dos seus volumes) são adequados ao nível etário do aluno;				
4.3 Permite a reutilização.				

Critérios de apreciação de manuais escolares submetidos a avaliação e certificação

1 Adequação ao Projecto Educativo da Escola	Sim: Muito Adequado	Sim: Adequado	Sim: Pouco Adequado	Não: Inadequado
1.1 Características do público-alvo;				
1.2 Características do meio envolvente;				
1.3 Diversidade social e cultural da comunidade escolar.				

Anexo 2

Através da consulta do site www.wook.pt, foi possível verificar quais os manuais adotados em cada escola de Portugal continental, e dos arquipélagos da Madeira e dos Açores.

Deste modo, contabilizámos o número de escolas que adotou cada um dos manuais no referido ano letivo. A percentagem obtida para cada um dos manuais encontra-se registada no quadro que se segue. De referir, que há um número pouco significativo de escolas que não indicou o manual adotado.

		Editora	Título	Autores
47%	A	Porto Editora	Novo Espaço – Matemática A	Belmiro Costa, Ermelinda Rodrigues
25%	B	Porto Editora	Matemática A – 12º ano	Maria Augusta Ferreira Neves
12%	C	Texto Editora	Xeqmat 12 – Matemática A	Cristina Viegas, Yolanda Lima, Francelino Gomes
7%	D	Texto Editora	Ípsilon 12 – Matemática A	Carlos Andrade, Pedro Pimenta, Paula Pinto Pereira, Cristina Viegas
5%	E	Asa Editores	Matemática A12	Luzia Gomes, Daniela Raposo
4%	F	Santillana	Matemática A 12º ano	Emanuel Martinho, Cristina Negra